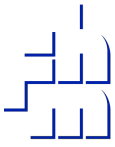
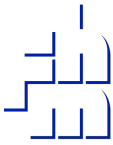


Streckenbeobachter nach Luenberger und Erweiterung durch Johnson-Störbeobachter

Johannes Höcht

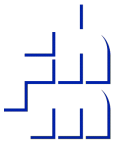
5.10.2005 - 3.1.2006
4.11.2007

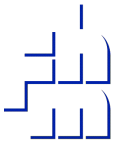




Fahrzeugmechatronik Masterstudiengang
M 3.1 Modellbildung und Regelung
Labor für Automatisierung und Dynamik AuD FB 03MB

<u> </u>	Vorbemerkungen	5
1	Aufgabenstellung	7
2	Darstellung linearer dynamischer System im Zustandsraum	10
2.1	Hintereinanderschaltung mehrerer PT_1 -Glieder	10
2.2	Meßtechnische Erfassung von Zustandsgrößen	12
2.3	Darstellung der Zustandsgleichungen durch ein Blockschaltbild	13
3	Luenberger Streckenbeobachter	14
3.1	Beobachtung von Zustandsgrößen durch Differentiation der Regelgröße	15
3.2	Beobachtung von Zustandsgrößen durch ein Parallelmodell im Rechner	16
3.3	Struktur und Funktionsweise des Luenberger Beobachters	17
3.3.1	Geregeltes Parallelmodell für eine PT_2 -Strecke	17
3.3.2	Allgemeiner Entwurf eines Streckenbeobachters nach Luenberger für ein lineares dynamisches System	20
3.3.3	Anwendung des allgemeinen Ansatzes auf eine PT_2 -Strecke	23
4	Elimination nicht meßbarer Störgrößen mit Hilfe eines Störbeobachters	25
4.1	Aufschaltung gemessener Störgrößen	25
4.2	Beobachtung einer nicht meßbaren sinusförmigen Störgröße	26
4.2.1	Erweiterung des Luenberger Beobachters durch ein Störmodell	27
4.2.2	Störmodell für sinusförmige Störgrößen	29
4.2.2.1	Frequenz- und Zeitverhalten des Feder-Masse-Dämpfer-Systems	31
4.2.2.2	Verschiebung der Übertragungspole auf die imaginäre Achse durch Mitkopplung	33
4.2.3	Rekonstruktion der Störgröße z durch das Störmodells	34
4.2.3.1	Wirkung der Störung z auf den Prozeß und den Luenberger Beobachter	35
4.2.3.2	Anregung des Luenberger Beobachters mit dem periodischen Beobachtungsfehler	36
4.2.3.3	Ergänzung des Luenberger Beobachters durch das Störmodell	37
4.3	Aufschaltung der Modellstörgröße auf den realen Prozeß	38
4.3.1	Aufschaltung der Modellstörgröße mit proportionaler Verstärkung K_{Bz}	40
4.3.2	Zusätzliche Aufschaltung mit einem zum Integrator äquivalenten System	41
5	Reduktion periodischer Störungen ohne Luenberger Beobachter und Störbeobachter - Ausblick auf weitere Methoden	43
<u> </u>	Literatur	46





Vorbemerkungen

In diesem Lerntext wird nicht der im Hochschulbereich übliche Weg beschritten, Zusammenhänge aus abstrakt formulierten Vorgaben zu entwickeln. Kenntnisse und Fertigkeiten, die auf diese Weise erworben wurden, leiden nicht selten darunter, daß die Umsetzung in die Praxis zu kurz kommt. Dieser Schritt ist gleichwohl nicht weniger anspruchsvoll, als die theoretische Durchdringung des Problems. Da er aber nicht vom gleichen wissenschaftlichen Ansehen begleitet wird, wie die mathematisch in sich schlüssige, elegante Ableitung, wenden sich viele lieber wieder der nächsten mathematischen Problemlösung zu.

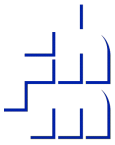
Dies ist nicht nur didaktisch problematisch. Das Ziel muß es ja sein, ein Thema in seiner realen physikalisch-technischen Erscheinung ebenso sicher zu beherrschen, wie in der zugrunde liegenden mathematisch abstrakten Beschreibung. Vielmehr entspricht es auch in keiner Weise dem Weg, wie man zu diesen Erkenntnissen gelangt ist. Ein Maxwell hätte nie die Grundgleichungen der Elektrodynamik formulieren können, wenn er nicht auf die Ergebnisse der Versuche des genialen Experimentators Faraday hätte aufbauen können. Dazu mußte Maxwell aber die gesamte mechanistische Beschreibung der damals bekannten Phänomene in der Strömung von Flüssigkeiten auch von der Praxis her beherrschen um sie zur Grundlage seiner mathematischen Modellvorstellungen machen.

Im folgenden Lerntext soll dieser Weg über die anschauliche Beschreibung, basierend auf Bekanntem, bis hin zum ersten Schritt der Abstraktion gegangen werden. Der weitere selbständig zu gehende Weg der mathematisch abstrakten Durchdringung, ohne den Bezug zur Praxis zu verlieren, ist dann um ein Vielfaches einfacher, als der deduktive Weg, und er verläuft nicht auf schwankendem Boden.

Als konkretes Beispiel für die folgenden Betrachtungen wird eine reine Verzögerungsstrecke aus der rückwirkungsfreien Hintereinanderschaltung mehrerer PT_1 -Systeme betrachtet. Diese Strecke wird z.B. im Rechner nachgebildet. Damit das Modell möglichst nahe an den Zustand der realen Strecke herankommt, wird die Stellgröße ebenfalls an den Eingang des Modells gelegt sowie die gemessene Regelgröße mit der Modell-Regelgröße verglichen und zur Nachregelung des Modells verwendet.

Nachdem somit anschaulich das Prinzip des Luenberger Beobachters verstanden ist werden im Zustandsraum ausgehend von den allgemeinen Anforderungen an ein derartiges dynamisches Beobachtersystem die Bestimmungsgleichungen des Luenberger Beobachters hergeleitet. Die anschließende Anwendung der Ergebnisse auf das konkrete Beispiel eines Beobachters für eine PT_2 -Strecke schließt den Bogen zum einführenden Beispiel wieder.

Eine Klasse von Störungen, die vorhersehbar auf den Prozeß einwirken, in Teilen ihrer Eigenschaften aber nicht direkt meßbar und zudem noch zeitlich langsam veränderlich sind, tritt häufig in der Technik auf. Typische Beispiele sind der Fräseingriff bei der Herstellung von Zahnrädern oder das Bearbeitungsmoment bei Schleifen von Zahnrädern, um Vorverzahnungsfehler zu beseitigen. In beiden Fällen ist die Frequenz der immer wiederkehrenden Störung a priori bekannt, da sie mit der Rotationsfrequenz des Werkstücks korreliert, nicht jedoch die Größe und die Phasenlage.



Fahrzeugmechatronik Masterstudiengang
M 3.1 Modellbildung und Regelung
Labor für Automatisierung und Dynamik AuD FB 03MB

Sowohl Regelstrecke als auch Luenberger Beobachter sind mit dieser Art von Störung überfordert und der Beobachter zeigt periodische Abweichungen vom realen Prozeß. Um diesem Problem abzuhelpen wird der Luenberger Beobachter durch ein weiteres dynamisches System ergänzt, das die Störung nachbilden soll und ihrerseits an den Eingang des Luenberger Beobachters geführt wird. Dieses Störmodell wird so ausgelegt, daß es nach dem Einschwingvorgang fehlerfrei auf die reale, nicht meßbare Störung einschwingt und damit zu jedem Zeitpunkt der Zustand des Luenberger Beobachters mit dem realen gestörten Prozeß übereinstimmen läßt.

Ist das Ausgangssignal des Störmodells gleich der Störung, so liegt es nahe, dieses Signal mit negativem Vorzeichen auf den Prozeß aufzuschalten, wie bei einer klassischen Aufschaltung einer unabhängig gemessenen Störgröße.

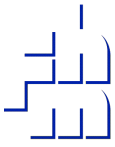
Die Unterschiede zur klassischen Störgrößenaufschaltung werden erläutert und Modifikationen vorgestellt, die bewirken, daß die reale Störung erst gar nicht auf den Eingang der Strecke gelangen.

Abschließen werden in Kürze Verfahren auf der Basis der klassischen Regelungstechnik vorgestellt, die mit vergleichsweise geringem Aufwand zum gleichen Ergebnis führen und die sich bereits in der Praxis seit Jahren bewähren..

Um selbst am Rechner alles nachvollziehen zu können steht Ihnen das Simulationsprogramm dSYs zur Verfügung. Es wurde im Fachbereich 03MB entwickelt zu einer Zeit, als Matlab/Simulink noch nicht existierte und vergleichbare Software für Hochschule und Studenten unerschwinglich war. Im Text sind die jeweils die Dateinamen der Systeme mit angeführt, auf denen die Darstellung beruht. Damit wird der eigene Aufbau des Blockschaltbildes überflüssig und spart Zeit, wenn man selber die Parameter modifizieren und die Reaktion auf das Zeitverhalten sehen möchte. Diese Dateien sind zusammen mit der jeweils neuesten Version von dSYs im Internet abrufbar.

Johannes Höcht

Oktober 2005 bis Januar 2006



1 Aufgabenstellung

Je mehr Größen eines Prozesses, die dessen dynamischen Zustand definieren, bekannt sind, desto besser läßt sich dieses System regelungstechnisch beeinflussen. Im Idealfall existiert für jede dieser Zustandsgrößen ein eigener Sensor, der verzögerungs- und fehlerfrei den Meßwert an die Regeleinrichtung zur geeigneten Verarbeitung und Bildung der Stellgrößen weiterleitet. Bei der Lageregelung einer Rotationsachse etwa sind neben der Lage auch noch Winkelgeschwindigkeit und die Winkelbeschleunigung von Bedeutung, sei es, daß man eine klassische Kaskadenregelung oder den in der Praxis ohne zusätzliche Entwurfshilfe schwer einstellbaren Zustandsregler verwenden will.

In der Realität ist es aus Kostengründen oder prinzipiell unmöglich, alle Zustandsgrößen meßtechnisch zu erfassen. Um dennoch möglichst alle Zustandsgrößen zu kennen, kann man einem Modell, das parallel zum realen Prozeß im Rechner mitläuft, die unbekannten Zustandsgrößen entnehmen und für die Regelung verwenden. Allerdings muß man Sorge dafür tragen, daß die berechneten Zustandsgrößen des Modells möglichst genau den aktuellen Zustandsgrößen des Prozesses übereinstimmt.

Eine weitere Erschwernis ergibt sich durch Störgrößen im Verlauf des Prozesses, die das Regelergebnis verschlechtern, selbst wenn der für optimales Führungsverhalten ausgelegte Regelalgorithmus auch gegen die Störung mehr oder weniger gut ankämpft.

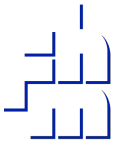
Sehr gute Ergebnisse erhält man in der klassischen Regelungstechnik, wenn die Störgrößen meßtechnisch erfaßbar sind und am Eingang der Strecke auf die Stellgröße in geeigneter Weise mit negativem Vorzeichen aufgeschaltet werden können. Wenn die Schaltanlage eines Thermischen Kraftwerks etwa durch Blitzschlag in die Überlandleitung einen Teil der Last abwirft, muß nicht erst die anwachsende Rotationsgeschwindigkeit des 80-Tonnen-Ankers zu einer Reduktion der Dampfeinspeisung in den Turbinensatz führen. Die gemessene Laständerung kann vielmehr ohne die Verzögerung durch die Trägheit des Ankers direkt auf die Dampfeinspeisung geschaltet und überschüssiger Dampf über Dach abgeblasen werden.

Anders verhält es sich etwa bei Werkzeugmaschinen zur Hart-Feinbearbeitung von Zahnrädern mit schnecken- oder zahnradförmigem Werkzeug. Vorverzahnungsfehler wirken als periodisch wiederkehrende Störung auf den Antrieb der Werkzeugachse und vergrößern im schlimmsten Fall diesen Fehler sogar, statt ihn zu verringern. Bekannt ist hierbei zwar die Frequenz der Störung, jedoch ändert sich, wenn man beim Rundlauffehler als einfachste Signalform einen reinen Sinus annimmt, die Amplitude und die Phasenlage mit zunehmender Bearbeitungsdauer, weil der Fehler z.B. gerade an der Stelle des Maximums bei Bearbeitungsbeginn am schnellsten abgetragen wird.

**Mehr Information
über einen Prozeß
® höhere Regelgüte
erreichbar**

**Nicht meßbare Pro-
zeßgrößen indirekt
ermitteln, "beob-
achten"**

**Meßbare Störgrö-
ßen auf die Strecke
mit negativem Vor-
zeichen aufschalten**



Fahrzeugmechatronik Masterstudiengang

M 3.1 Modellbildung und Regelung

Labor für Automatisierung und Dynamik AuD FB 03MB

Hier wäre eine rechnerische Ermittlung der aktuellen Störgröße nach Betrag und Phase aus den Meßgrößen des Prozesses sehr hilfreich, da man sie dann, ähnlich wie bei der echten Aufschaltung gemessener Störgrößen, zusammen mit der Stellgröße mit negativem Vorzeichen zur Kompensation auf den Prozeß schalten könnte. Anders als bei der echten Störgrößenaufschaltung erreicht man ohne zusätzliche Maßnahmen keine vollständige Kompensation der Störgröße, da die Aufschaltung auch die im Ausgangssignal vorhandene Wirkung der Störung und damit die Ermittlung der echten Störgröße nach Betrag und Phase beeinflusst.

Nicht meßbare Störgrößen durch "Beobachtung" ermitteln und in geeigneter Weise dem realen Prozeß zuführen

Im folgenden wird nach einer kurzen Wiederholung der Zustandsraumdarstellung anschaulich ein Konzept entwickelt, um die Zustandsgrößen eines PT_2 -Systems möglichst gut mit Hilfe eines geregelten Parallelmodells aus der einzigen Meßgröße und der ebenfalls bekannten Stellgröße des realen Prozesses abzuleiten [1]. Nach der anschaulichen Darstellung werden die Forderungen an ein derartiges geregeltes Parallelmodell allgemein gefaßt und auf ein beliebiges lineares dynamisches System angewandt - der Streckenbeobachter nach Luenberger wird das Ergebnis sein.

Herleitung des Luenberger Streckenbeobachters in drei Schritten

Anwendung der Bestimmungsgleichung auf eine PT_2 -Strecke führen auf das eingangs entwickelte, geregelte Parallelmodell.

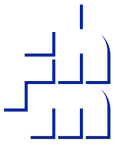
In einem weiteren Schritt wird der Beobachter erweitert um ein dynamisches System, das die Aufgabe als Modell eines Störers übernimmt, von dem bestimmte à-priori-Kenntnisse existieren. Bei der oben erwähnten Hart-Feinbearbeitung von Zahnrädern mit zahnrad- oder schneckenförmigem Schleifwerkzeug tritt etwa als Störung der Rundlauffehler der Vorbearbeitung auf, in erster Näherung eine sinusförmige Größe. Durch die Bearbeitungsdrehzahl ist die Grundfrequenz dieser Störung bekannt, nicht jedoch ihre Phasenlage und die Amplitude. Während des Bearbeitungsvorgangs ändern sich diese beiden Größen, die schließlich bei idealem Bearbeitungserfolg zu Null werden.

Erweiterung des Luenberger Beobachters um einen Störgrößen-Beobachter nach Johnson

Um diesen idealen Bearbeitungserfolg zu erreichen wird folgender Wege eingeschlagen:

- Durch geeignete Dimensionierung und Struktur des Beobachters mit Störmodell wird erreicht, daß das Ausgangssignal des Störmodells nach einem Einschwingvorgang in Amplitude und Phase mit der nicht direkt meßbaren sinusförmigen Störung übereinstimmt.
- In Anlehnung an das Verfahren der Störgrößenaufschaltung wird die Modellstörgröße nach geeigneter Weiterverarbeitung in einem zusätzlichen dynamischen System auf die Stellgröße des Prozeßreglers mit negativem Vorzeichen aufgeschaltet.

Modifizierte Aufschaltung der Modellstörgröße auf den realen Prozeß



Fahrzeugmechatronik Masterstudiengang

M 3.1 Modellbildung und Regelung

Labor für Automatisierung und Dynamik AuD FB 03MB

- Abhängig von Struktur und Dimensionierung des zusätzlichen dynamischen Systems wird die Störung reduziert oder ganz zu Null gemacht, also beim Beispiel der Zahnradbearbeitung der störende Rundlauffehler des Werkstückzahnrad beseitigt.

So elegant das Konzept einer Regelung mit Zustandregler und Ermittlung unbekannter Zustands- und Störgrößen durch Beobachter auch sein mögen, in der Praxis konnten sie sich bis heute noch nicht auf breiter Front durchsetzen, da in den allermeisten Fällen in der Praxis die klassischen Methoden wie Kaskadenregelung zu Regelergebnissen gleicher Güte führen und zusätzlich noch den Vorteil bieten, anschaulicher zu sein, als die modernen Methoden der Zustandsregelung. Auch die zunehmende Verbreitung digitaler Regelung konnte daran nichts wesentliches ändern. Die klassischen Regelkonzepte lassen sich unter Berücksichtigung von Eigenheiten der Diskretisierung auf digitale Regelalgorithmen übertragen [4],[5],[6].

Dies gilt auch für die Ausregelung von Störungen wie der sinusförmige Fehler bei der Bearbeitung von Zahnrädern, selbst wenn die Führungsgröße die selbe Frequenz aufweist. Dieses auf der klassischen Regelungstechnik basierende Regelverfahren [10], [11], [12], das sich im praktischen industriellen Einsatz in Werkzeugmaschinen seit 10 Jahren bewährt, wird abschließend vorgestellt.

**Äquivalente
Methode zur
Elimination
unbekannter
periodischer
Störungen mit
Hilfe der klas-
sischen Rege-
lungstechnik**

2 Darstellung linearer dynamischer System im Zustandsraum

Die Darstellung im Zeitbereich mit Hilfe von Differentialgleichungen lässt sich auf mehrere Arten bewerkstelligen. In der Maschinendynamik werden gerne Differentialgleichungen 2. Ordnung zu Systemen zusammengefasst, da in den Matrizen dann die Dämpfungskonstanten, die Steifigkeiten und die Trägheiten des Systems stehen. In der Regelungstechnik dagegen bevorzugt man Differentialgleichungen 1. Ordnung, die man zu Systemen zusammensetzt und in Matrixschreibweise sehr kompakt und übersichtlich darstellt. Die unabhängigen Variablen der Differentialgleichungen - sie beschreiben den dynamischen Zustand des Systems zu einem bestimmten Zeitpunkt und heißen daher "Zustandsgrößen" - können ebenfalls physikalische Größen sein, wie der Druck in einem Kessel oder die Auslenkung einer Feder aus ihrer Ruhelage. Daneben werden auch andere, nicht unmittelbar physikalisch begründete Variable verwendet, die zu einer völlig äquivalenten Beschreibung des Systems führen, da sie andere Vorteile haben, etwa für die numerischen Berechnung, oder zum theoretischen Entwurf eines Beobachters.

Im folgenden werden wir uns zunächst auf die physikalischen Größen "Druck in einem Kessel" Abb. 1 als unabhängige Variable beschränken

Regelungstechnik:
Beschreibung dynamischer Systeme durch ein System von Differentialgleichungen 1. Ordnung

Zustandsgrößen
können physikalische Größen wie Druck, Ortskoordinate oder Geschwindigkeit sein

2.1 Hintereinanderschaltung mehrerer PT₁-Glieder

Die Differentialgleichung eines PT₁-System, z.B. eines Drossel-Speicher-Systems, mit Eingangssignal $u(t)$ und Ausgangssignal $x(t)$ wird üblicherweise in der Form dargestellt:

$$\dot{x}(t) \cdot T + x(t) = K \cdot u(t) \quad (1)$$

Die Zeitkonstante T ist gleich dem Produkt des linearen Strömungswiderstands R mit der Dimension

$$\dim(R) = \frac{\text{N/m}^2}{\text{kg/s}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}/(\text{s}^2 \cdot \text{m}^2)}{\text{kg/s}} = \frac{1}{\text{m} \cdot \text{s}} \quad (2)$$

und der Kapazität C des Kessels mit der Dimension

$$\dim(C) = \frac{\text{kg}}{\text{N/m}^2} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{kg} \cdot \text{m/s}^2} = \text{m} \cdot \text{s}^2 \quad (3)$$

Beim Drossel-Speicher-System ist die Proportionalitätskonstante $K = 1$.

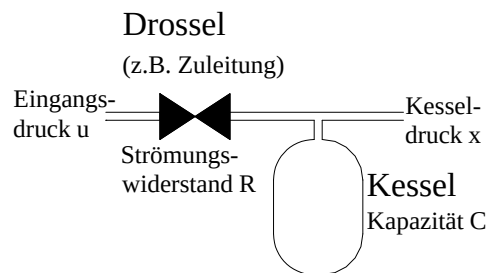


Abb. 1 Beispiel für ein einfaches PT₁-System

Beispiel Drossel-Speicher-System

Physikalische Bedeutung und Dimension von Strömungswiderstand R und Kapazität C

Für die Zustandsraumdarstellung muß die Ableitung der Zustandsgröße allein auf die linke Seite der Gleichung gebracht werden:

$$\dot{x} = -\frac{1}{T} \cdot x + \frac{K}{T} \cdot u \quad (4)$$

Grundstruktur einer Zeile der Zustandsdifferentialgleichung

Der einfacheren und übersichtlicheren Schreibweise wegen wird hier und im weiteren nur x statt $x(t)$ und u statt $u(t)$ geschrieben, falls keine Verwechslungsgefahr besteht

Schaltet man mehrere PT_1 -Glieder hintereinander, so ist die Zustandsgröße des einen Blocks zugleich Eingangsgröße des nachfolgenden PT_1 -Systems. Der proportionale Übertragungsbeiwert der hintereinandergeschalteten Systeme ist das Produkt der Übertragungsbeiwerte der Einzelglieder. Daher wird dieser Beiwert der Einfachheit halber dem ersten Glied zugeordnet, während der Koeffizient der anderen jeweils 1 ist.

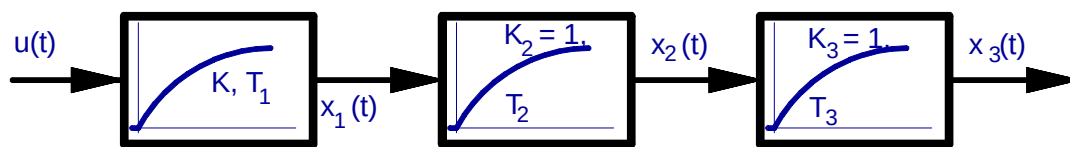


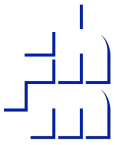
Abb. 2 PT3-System aus 3 PT1-Gliedern

(Anmerkung: Bei der direkten Hintereinanderschaltung dreier Drossel-Speichersysteme müßten zwei 1:1-Verstärker zwischengeschaltet werden, damit die Rückwirkungsfreiheit gewährleistet ist, die einem Blockschaltbild zugrunde liegt. Dies könnte man näherungsweise auch dadurch erreichen, daß man die Kapazitäten des nachfolgenden Speichers jeweils eine Größenordnung kleiner macht, als die vorangehende.)

Damit ergeben sich die 3 Differentialgleichungen der PT_1 -Systeme:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{1}{T_1} \cdot x_1 + \frac{K}{T_1} \cdot u \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{T_2} \cdot x_1 - \frac{1}{T_2} \cdot x_2 \\ \dot{x}_3 &= \frac{1}{T_3} \cdot x_2 - \frac{1}{T_3} \cdot x_3 \end{aligned} \quad (5)$$

3 Differentialgleichungen der hintereinandergeschalteten PT_1 -Glieder



Fahrzeugmechatronik Masterstudiengang

M 3.1 Modellbildung und Regelung

Labor für Automatisierung und Dynamik AuD FB 03MB

Füllt man die leeren Plätze mit den Koeffizienten 0 auf, so erhält man die Matrix-Differentialgleichung in Komponentenschreibweise:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{T_2} & -\frac{1}{T_2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_3} & -\frac{1}{T_3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{K}{T_1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot u \quad (6)$$

Darstellung der Zustandsdifferentialgleichungen als Matrixgleichung in Komponentenschreibweise

oder kurz als kompakte Matrix-Gleichung

$$\dot{\vec{x}} = \mathbf{A} \cdot \vec{x} + \mathbf{B} \cdot \vec{u} \quad (7)$$

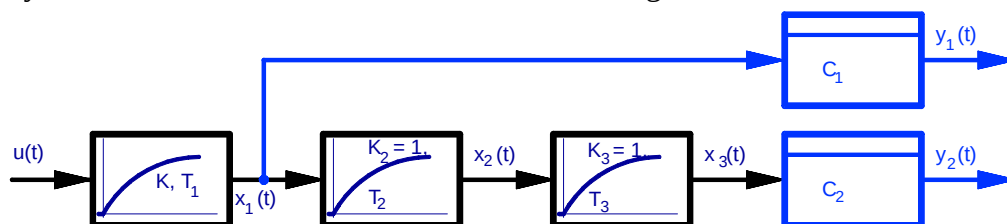
dgl. in Matrixschreibweise

Dies ist die erste der beiden, ein lineares, dynamisches System beschreibenden Gleichungen. Der Vektor $\vec{x}$ heißt Zustandsvektor, die Matrix $\mathbf{A}$ wird als Systemmatrix bezeichnet und beinhaltet das ganze Eigenverhalten des Systems, also insbesondere die Eigenwerte des Differentialgleichungssystems, die auch die Pole der Übertragungsfunktion sind. $\mathbf{B}$ ist die Steuermatrix, auch als Eingangsmatrix bezeichnet, und $\vec{u}$ ist der Eingangs- oder Stellvektor des Systems. Im Fall einer einzigen Eingangsgröße entartet der Stellvektor zum Skalar.

2.2 Meßtechnische Erfassung von Zustandsgrößen

Je mehr man über den Zustand eines dynamischen Systems weiß, desto besser wird die Güte einer Regelung nach einem gewählten Gütekriterium sein können. Allerdings gelingt es in der Praxis in den wenigsten Fällen, alle Zustandsgrößen meßtechnisch zu erfassen. Dagegen stehen neben physikalischen vielfach auch wirtschaftliche Gründe.

Aufgabe der Messung ist es, eine physikalische Größe x , z.B. dem Druck in einem Kessel, eindeutig einen Zahlenwert y zuzuordnen, der zusammen mit der Dimension die physikalische Größe repräsentiert. Zustandsgröße x und Meßgröße y müssen dabei in einem linearen Zusammenhang stehen.



Erweiterung des Systems durch Meßeinrichtungen

Abb. 3 Messung zweier Zustandsgrößen

Werden beim PT₃-System aus Abb.2 die Zustandsgrößen x_1 und x_3 gemessen (Abb. 3), so läßt sich dies in Komponenten schreiben als

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad (8)$$

Zweite Zustandsgleichung in Komponentenschreibweise

Meßgrößen können aber auch aus einer Linearkombination von mehreren Zustandsgrößen gebildet werden, ja es kann dazu sogar noch eine Linearkombination des Stellvektors $\vec{u}$ treten, so daß sich der Meßvektor $\vec{y}$ in Matrixschreibweise in allgemeiner Form ausdrücken läßt:

$$\vec{y} = C \cdot \vec{x} + D \cdot \vec{u} \quad (9)$$

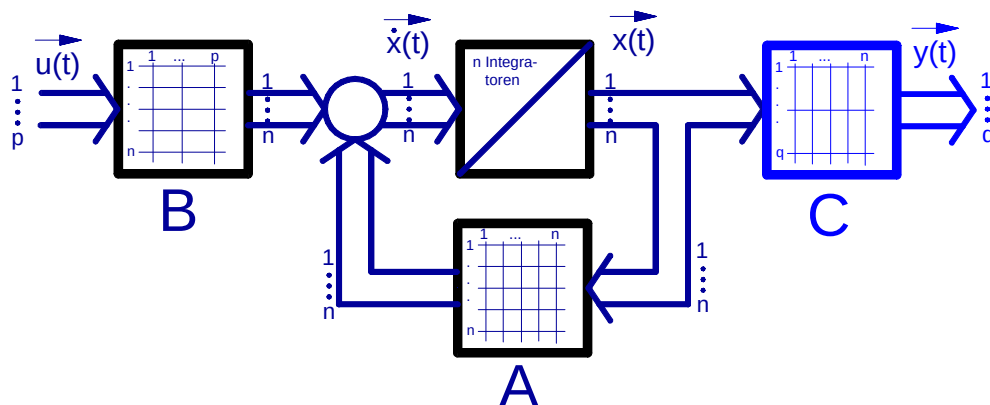
Ein Einfluß des Stellvektors $\vec{u}$ auf den Meßvektor $\vec{y}$ wird aber in der Regel nicht angenommen und die "Durchgriffmatrix" $D = 0$ gesetzt, so daß sich als zweite Gleichung der Zustandsraumdarstellung ergibt:

$$\vec{y} = C \cdot \vec{x} \quad (10)$$

Zweite Zustandsgleichung Matrixschreibweise

2.3 Darstellung der Zustandsgleichungen durch ein Blockschaltbild

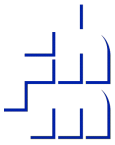
Die beiden Zustandsgleichungen lassen sich durch ein Blockschaltbild veranschaulichen:



Zustandsgleichungen dargestellt als Blockschaltbild

Abb. 4 Blockschaltbild der Zustandsgleichungen

Die Steuermatrix B bildet die p Eingangsgrößen u_1 bis u_p ab auf einen Vektor, der die gleiche Dimension n hat, wie der Zustandsvektor $\vec{x}$. Die Steuermatrix B hat damit n Zeilen und p Spalten.



Die Summe aus diesem Vektor $B \cdot \ddot{u}$ und dem mit der Systemmatrix A gewichteten Zustandsvektor ergibt die Ableitung des Zustandsvektors $\dot{\bar{x}}$. Auf diesen Vektor wirken n Integratoren und bilden damit den Zustandsvektor $\bar{x}$. Die Systemmatrix A besitzt n Zeilen und n Spalten.

Zeilen- und Spaltenzahl in den Matrizen der Zustandsraumdarstellung

Die n Zustandsgrößen ergeben mit Hilfe der Meßmatrix C den Meßvektor y mit q Elementen. Die Meßmatrix C besteht damit aus n Zeilen und q Spalten.

3 Luenberger Streckenbeobachter

Je größere die Kenntnis über den dynamischen Zustand eines Prozesses ist, desto besser kann die Regelung nach einem gewählten Gütekriterium ausfallen. In der Praxis lassen sich jedoch bei weitem nicht alle Zustandsgrößen meßtechnisch ermitteln. Daher liegt es nahe, die nicht meßbaren Größen aus den gemessenen zu rekonstruieren.

Möglichkeiten zur indirekten Ermittlung nicht gemessener Zustandsgrößen:

Es gibt mehrere Möglichkeiten der indirekten Rekonstruktion nicht gemessener Zustandsgrößen aus der Messung anderer Größen. Bereits in der klassischen analogen Regelungstechnik werden nicht gemessene Zustandsgrößen "beobachtet". Bei dieser Methode wird der enge Zusammenhang zwischen klassischer Betrachtungsweise im Frequenzbereich und moderner Darstellung im Zeitbereich durch Zustandsvariable augenfällig. Die Rekonstruktion erfolgt von Ausgang der Strecke entgegen dem Signalfluß nach vorne. Dieses Verfahren unterliegt aber infolge des Meßrauschens Einschränkungen, die einer umfassende Ermittlung nicht meßbarer Zustandsgrößen entgegensteht.

- Wiederholte Differentiation der gemessenen Regelgröße x - Beobachtung vom Streckenausgang her

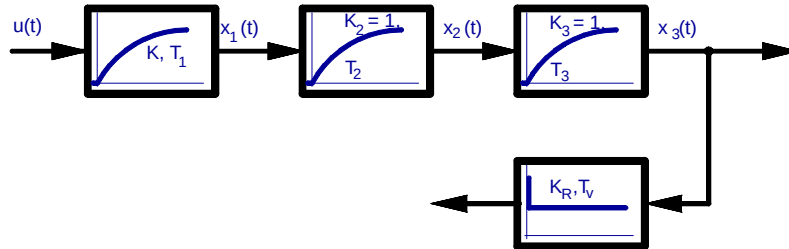
Eine weitere Möglichkeit nicht meßbare Zustandsgrößen zu ermitteln existiert real erst seit dem Vordringen von Rechnern in die Regelungstechnik. Diese Methode besteht darin, ein Rechnermodell parallel zum Prozeß mitlaufen zu lassen und dieses Modell mit denselben Stellgrößen zu beaufschlagen, wie den Prozeß selber. Nicht meßbare Zustandsgrößen werden dem Modell entnommen. Anders als oben erfolgt die Rekonstruktion unbekannter Zustandsgrößen von Eingang der Strecke in Signalflußrichtung. Auch dieses Verfahren unterliegt mit zunehmender Streckenordnung Einschränkungen, da die Zustandsgrößen des realen Prozesses von Störungen beeinflußt werden, die dem Parallelmodell nicht zur Verfügung stehen.

- Parallelmodell im Rechner, angeregt durch die Prozeß-Stellgröße u - Beobachtung vom Streckeneingang her

Eine Kombination aus den beiden Verfahren stellt schließlich der von Luenberger vorgeschlagenen Streckenbeobachter dar [2]. Das Parallelmodell wird durch Abweichung zwischen Modell-Zustandsgrößen und gemessenen Prozeßgrößen laufend. nachgeregelt.

- Kombination beider Verfahren:
Luenberger Beobachter

3.1 Beobachtung von Zustandsgrößen durch Differentiation der Regelgröße



Strecke mit PD-Regler

Abb. 5 PT_3 -Strecke mit P-Regler

In der klassischen Regelungstechnik wird dazu der P-Regler durch einen D-Anteil zum PD-Regler erweitert (Abb. 5).

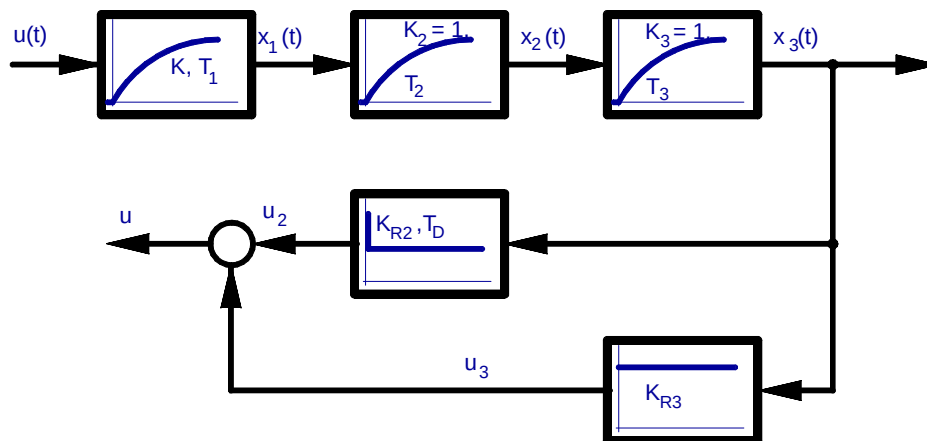
Spaltet man den P-Regler in zwei Summanden auf in der Form

$$G_R(s) = K_R \cdot (1 + T_V \cdot s) = K_{R3} + K_{R2} \cdot (1 + T_D \cdot s) \quad (11)$$

mit

$$K_{R3} + K_{R2} = K_R \quad \text{und} \quad T_D = T_V \cdot \frac{K_R}{K_{R2}}, \quad (12)$$

so lässt sich das Blockschaltbild aus PT_3 -Strecke und PD-Regler folgendermaßen darstellen (Abb. 6):



Aufspaltung des PD-Reglers die Parallelschaltung eines P- mit einem PD-Regler

Abb. 6 Darstellung des PD-Reglers durch eine Parallelschaltung eines P- mit einem PD-Regler.

Wählt man für T_D den Wert der Zeitkonstanten T_3 des dritten PT_1 -Gliedes, so stellt man fest, daß das Ausgangssignal u_2 im eingeschwungenen Zustand gleich dem K_{R2} -fachen der Zustandsgröße x_2 ist, da sich die beiden Übertragungsfunktionen zu K_{R2} ergänzen. Damit hat man (im eingeschwungenen Zustand) die zweite Zustandsgröße x_2 indirekt ermittelt, also "beobachtet", und mit K_{R2} multipliziert als Komponente eines Zustandsreglers ausgegeben (Abb. 7).

Beobachtung der inneren Zustandsgröße x_2 durch Kompensation eines Pols der Strecke mit der Nullstelle des PD-Reglers

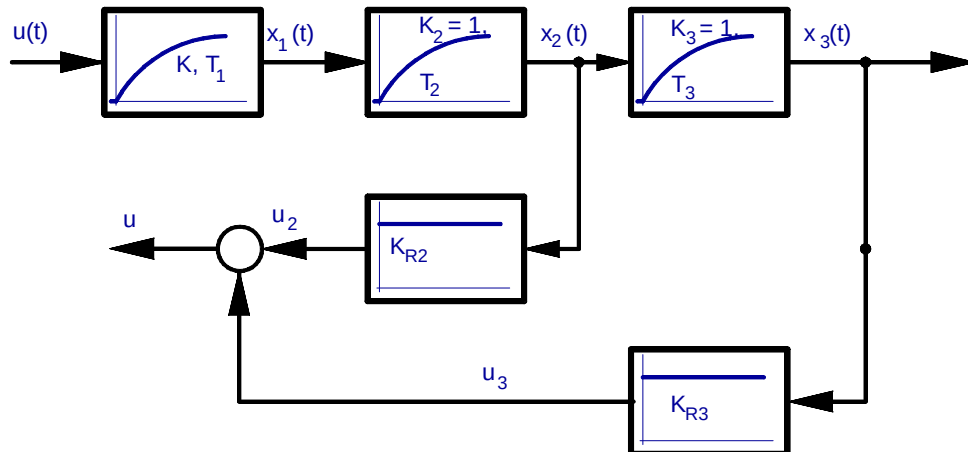


Abb. 7 Äquivalenz von PD-Regler und Zustandsregler durch indirekte Ermittlung ("Beobachtung") der Zustandsgröße

3.2 Beobachtung von Zustandsgrößen durch ein Parallelmodell im Rechner

Das Parallelmodell im Rechner muß neben derselben Struktur auch dieselben Parameter der dynamischen Glieder aufweisen. Dies ist in der Realität nur näherungsweise erfüllt, so daß Modell und Wirklichkeit nur mit endlicher Güte übereinstimmen. Die Zustandsgrößen des Modells werden mit $\hat{x}_1$, $\hat{x}_2$ und $\hat{x}_3$ bezeichnet zur Unterscheidung gegenüber den realen Prozeß-Zustandsgrößen x_1 , x_2 und x_3 . Die Stellgröße u ist Eingangssignal für Prozeß und Modell (Abb. 8)

Parallelmodell im Rechner wird mit der Prozeß-Stellgröße u gespeist und liefert im Idealfall mit dem Prozeß übereinstimmende Zustandsgrößen

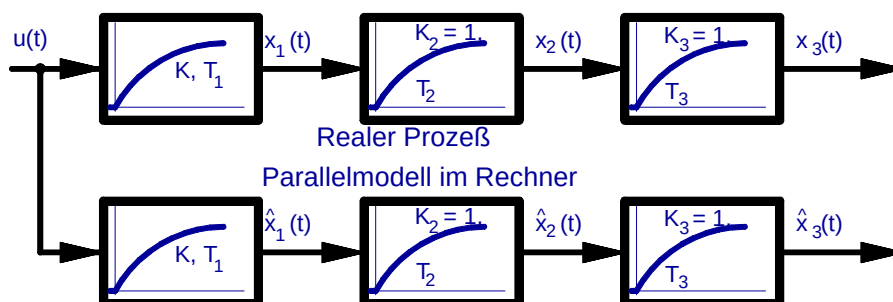


Abb. 8 Realer Prozeß und Parallelmodell im Rechner

Modellierungsfehler und auf den realen Prozeß einwirkende Störgrößen lassen jedoch die realen Zustandsgrößen und die Modell-Zustandsgrößen zunehmend auseinanderlaufen, je weiter sie vom Eingang des Prozesses entfernt liegen.

3.3 Struktur und Funktionsweise des Luenberger Beobachters

Um die Nachteile der in 3.1 und 3.2 vorgestellten Strukturen zu vermeiden schlug Luenberger ein Parallelmodell vor, dessen Modellzustandsgrößen mit Hilfe der Abweichungen zwischen gemessenen Prozeßgrößen und rekonstruierten Modellgrößen durch Regelung laufend korrigiert werden.

Um diese sehr elegante Methode dem Ingenieur auch außerhalb von Forschungsinstituten anschaulich verständlich zu machen, wurde in [1] an Hand einer PT_2 -Strecke die grundlegende Idee nahegebracht und anschließend die Herleitung der Beobachtergleichungen verständlich dargestellt. Die folgenden Darstellungen basieren auf dieser Veröffentlichung.

Luenberger Beobachter:

Durch die Differenz zwischen Prozeß- und Modell-Meßgröße ("Beobachtungsfehler") geregeltes Parallelmodell

3.3.1 Geregeltes Parallelmodell für eine PT_2 -Strecke

Ausgangspunkt für die weiteren Betrachtungen sei ein PT_2 -System, z.B. zwei hintereinandergeschaltete Druckkessel oder auch zwei miteinander verbundene Wassertanks. Bei den Druckkesseln ist die an die Versorgungsleitung des ersten Kessels geschaltete Druckversorgung das Eingangssignal $u(t)$, bei den Wassertanks ist es der Zufluß i_{zu} über das Stellventil (Abb 9). Zustandsgrößen sind die beiden Drücke x_1 und x_2 in den Kesseln bzw. die Füllhöhen h_1 und h_2 der Behälter.

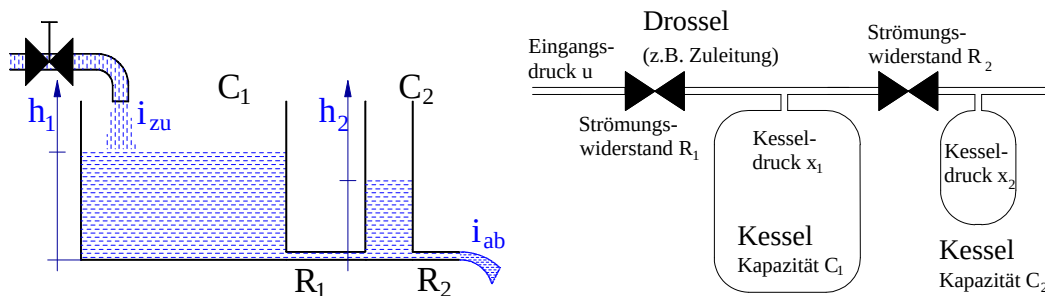
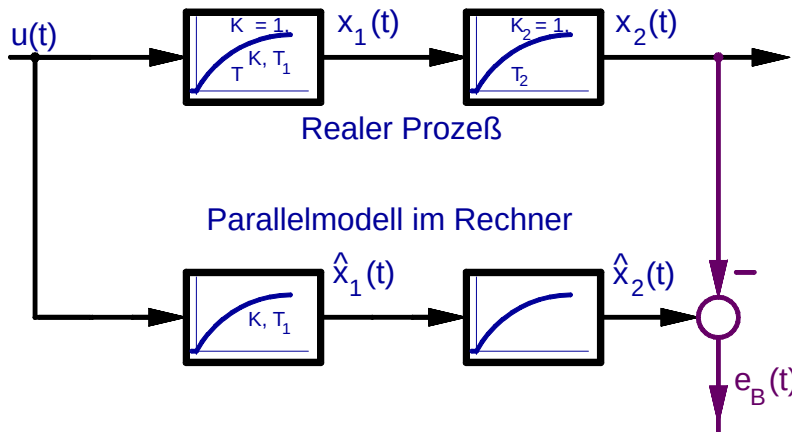


Abb. 9 Pneumatisches und hydraulisches PT_2 -System

Beispiel für PT_2 -Strecken

Des weiteren soll nur die Zustandsgröße x_2 gemessen werden. Die Differenz zwischen Modell- und Prozeß-Zustandsgröße ist der Beobachterfehler $e_B = \hat{x}_2 - x_2$ (Abb. 10).

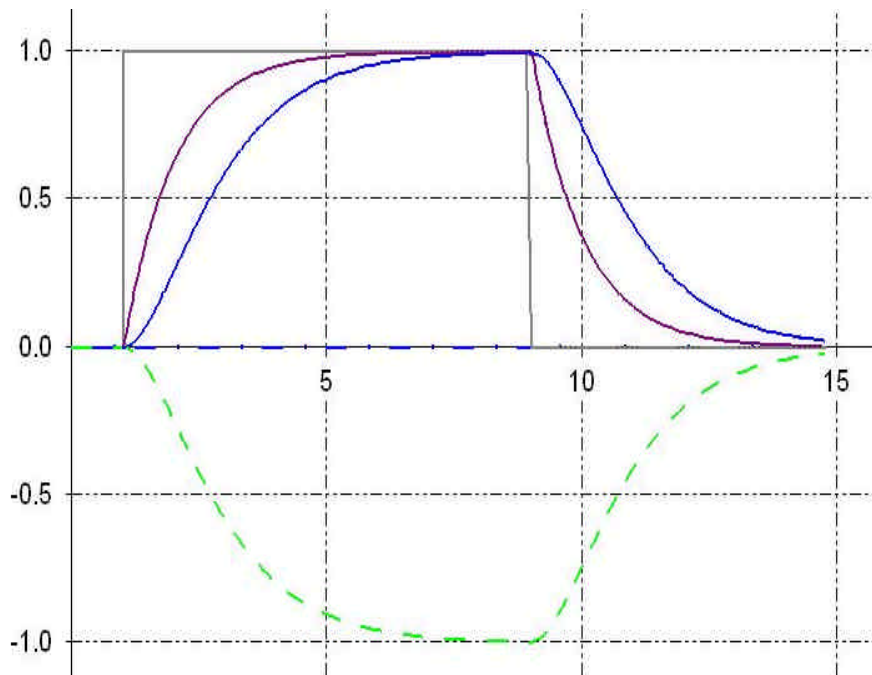


Parallelmodell:

Vergleich der Prozeßmeßgröße x_2 und der Modellmeßgröße $\hat{x}_2$

Abb. 10 Beobachterfehler e_B zwischen Prozeß und Parallelmodell

Er kann auftreten aufgrund von Störungen, die zwar auf den Prozeß, nicht aber auf das parallel mitlaufende Modell im Rechner wirken. Abb. 11 zeigt den Verlauf der Prozeß-Zustandsgrößen (ausgezogen) und der Modellzustandsgrößen (strichpunktiert auf der Abszisse) sowie des Beobachtungsfehlers (gestrichelt) für eine impulsförmige Störung, die allein auf das erste Übertragungsglied des Prozesses wirkt. (LB_Beob_Störung_impuls g1=0 g2=0 .dwk)



Impulsförmige Störung zwischen $t=1\text{sec}$ und $t=9\text{sec}$ wirkt nur auf den Prozeß ® Modell-Zustandsgrößen ändern sich nicht

Abb. 11 Abweichungen zwischen den Modell- und den Prozeß-Zustandsgrößen

Der Beobachtungsfehler $e_B(t)$ läßt sich nun ausnutzen, um im Sinne einer Regelung auf die Eingänge der Modellglieder einzuwirken und die Abweichung der Modell-Zustandsgrößen $\hat{x}_1$ und $\hat{x}_2$ von den Prozeßgrößen x_1 und x_2 zu verringern. Dazu wird der Modellierungsfehler für jede Modell-Zustandsgröße über einen P-Regler an den Eingang des jeweiligen Systems als Gegenkopplungssignal geführt (Abb. 12). Diese von Luenberger vorgeschlagene Struktur ist der nach ihm benannte Beobachter [2].

Die Reglerverstärkungen g_1^* und g_2^* sind frei wählbar. Es muß lediglich gewährleistet sein, daß der Beobachter ein stabiles System darstellt. Ihre Größe beeinflusst die Dynamik des Beobachters. Treten beim realen Prozeß Störungen auf, z.B. am Eingang des ersten PT_1 -Systems, so entsteht ein Beobachtungsfehler $e_B \neq 0$, der die Zustandsgrößen des Beobachters den Prozeßgrößen nachzuführen versucht. Wegen der P-Regler gelingt das nur mit endlicher Abweichung. Verschwindet die Störung wieder, so stimmen nach dem Einschwingvorgang Beobachter- und Prozeß-Zustandsgrößen wieder überein. **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.** zeigt die Reaktion von Prozeß und Beobachter auf eine impulsförmige Störung. (LB_Beob_Störung_impuls g1=5 g2=1 .dwk)

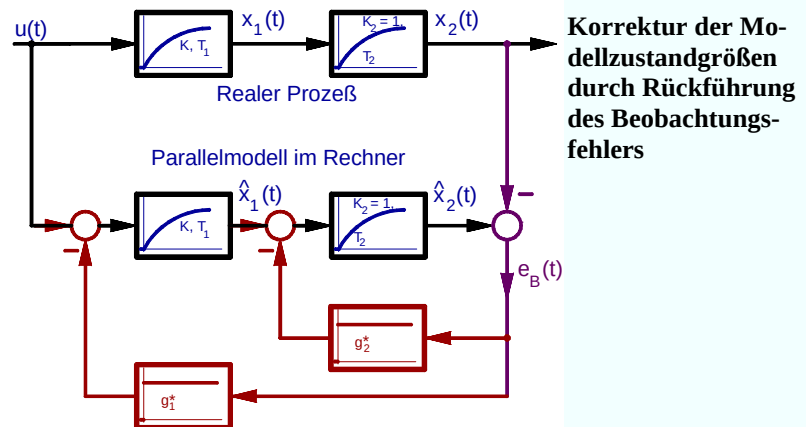


Abb. 12 Geregeltes Parallelmodell - "Luenberger Beobachter"

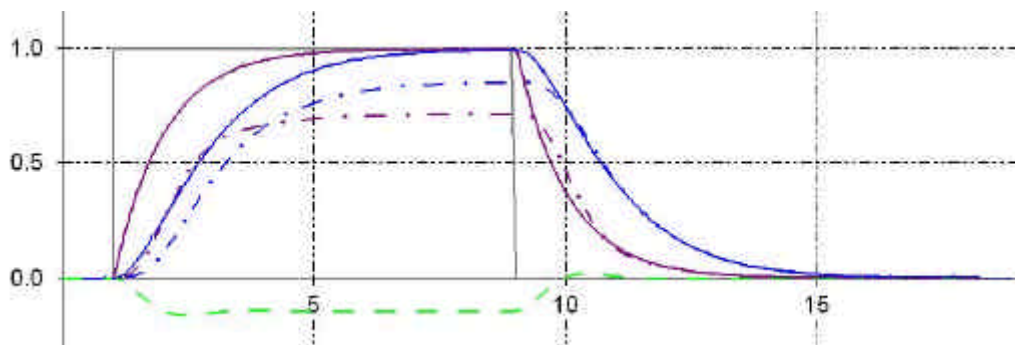
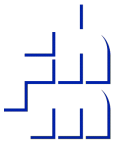


Abb. 13 Prozeß- und Modell-Zustandsgrößen und Beobachtungsfehler

Die durchgehenden Linien sind die Zustandsgrößen des Prozesses, die strichpunktiierten die des Beobachters. Der Beobachtungsfehler ist gestrichelt gezeichnet.

Auch wenn die Prozeßparameter driften, versucht der Luenberger Beobachter seine Zustandsgrößen den Prozeßgrößen nachzuregeln

Auch Modellzustandsgrößen ändern sich in Richtung reale Prozeßgrößen



3.3.2 Allgemeiner Entwurf eines Streckenbeobachters nach Luenberger für ein lineares dynamisches System

Lineare dynamische System lassen sich, wie in Kap 2 erläutert, durch die Zustandsgleichungen (7) und (9) beschreiben. In der Systemmatrix **A** steckt dabei die gesamte Eigendynamik, die aus der Lage der Eigenwerte resultiert. Sie lassen sich aus der Charakteristischen Gleichung

$$\det(s \cdot I - A) = 0 \quad (13)$$

berechnen. Liegen diese Eigenwerte in der offenen linken s-Halbebene, so ist das System stabil und der Zustandsvektor $\bar{x}$ geht für $t \rightarrow \infty$ gegen Null, wenn das System sich selbst überlassen wird, also der Stellvektor $\bar{u} = 0$ ist (homogenes Differentialgleichungssystem).

Dieser Zusammenhang wird beim allgemeinen Entwurf des Luenberger Beobachters eine Rolle spielen.

Ausgangspunkt sei ein realer Prozeß, der nach (7) und (9) beschrieben wird durch die Zustandsgleichungen

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= \mathbf{A} \cdot \bar{x} + \mathbf{B} \cdot \bar{u} \\ \bar{y} &= \mathbf{C} \cdot \bar{x} \end{aligned} \quad (14)$$

Entworfen soll also nun ein lineares dynamisches System werden mit dem Zustandsvektor $\hat{\bar{x}}$, der Systemmatrix **F** und der Steuermatrix **H**. Es soll folgende Bedingungen erfüllen:

- Auf das System soll nicht nur der Stellvektor $\bar{u}$ des zu beobachtenden Prozesses einwirken, sondern auch einige gemessene Zustandsgrößen.
- Die Stärke des Einflusses der gemessenen Prozeßgrößen auf den Beobachter soll in weiten Grenzen frei einstellbar sein. Die Gewichtung des Meßvektors $\bar{y}$ erfolgt durch eine Matrix **G**.
- Bei konstantem Stellvektor $\bar{u}$ und störungsfreiem Prozeß soll der Zustandsvektor $\hat{\bar{x}}$ des Beobachters für $t \rightarrow \infty$ gegen den Zustandsvektor $\bar{x}$ des Prozesses konvergieren.

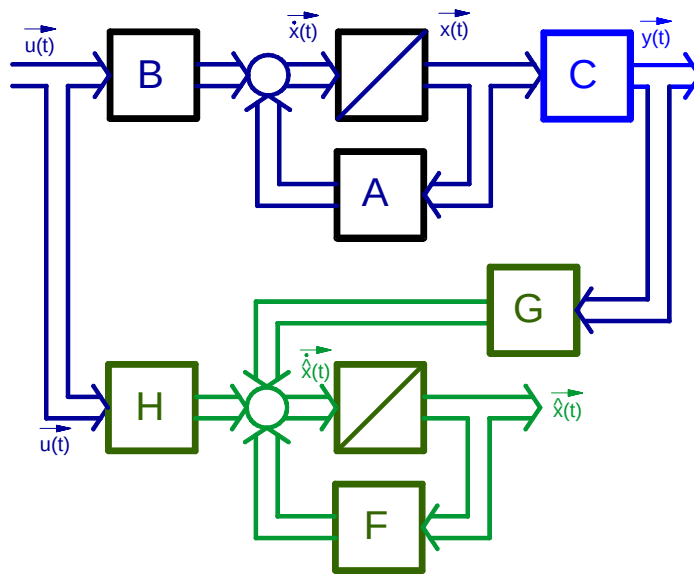
$$\dot{\hat{\bar{x}}} = \mathbf{F} \cdot \hat{\bar{x}} + \mathbf{H} \cdot \bar{u} + \mathbf{G} \cdot \bar{y} \quad (15)$$

Abb. 14 zeigt das Blockschaltbild des Prozesses mit Luenberger Beobachter.

Die Zustandsgrößen einer homogenen Differentialgleichung gehen asymptotisch gegen Null, wenn die Eigenwerte in der offenen linken s-Halbebene liegen

Zustandsgleichungen des realen Prozesses

Zustandsgleichung eines dynamischen Systems, auf das die Prozeß-Stellgröße u und der Prozeß-Meßvektor y einwirken



Blockschaltbild des realen Prozesses (Gleichung 14) und des Beobachters (Gleichung 15)

Abb. 14 Realer Prozeß mit Luenberger Beobachter in allgemeiner Darstellung

Zu bestimmen sind die vorläufig noch unbekannten Matrizen H und F unter den oben angeführten Forderungen bei freier Wahl von G . Dazu wird folgender Weg beschritten:

Da für $t \rightarrow \infty$ Zustandsvektor des Beobachters $\hat{\bar{x}}$ gegen den Prozeßvektor $\bar{x}$ wandert, liegt es nahe, die Differenz $\bar{e}_B = \hat{\bar{x}} - \bar{x}$ als neuen Zustandsvektor zu untersuchen, da dieser für $t \rightarrow \infty$ gegen Null strebt. Gelingt es, mit dieser Differenz eine stabiles, homogenes Differentialgleichungssystem durch geeignete Wahl von F , H und G zu erzeugen, so ist der Beobachter gefunden. Denn der Zustandsvektor eines homogenen linearen Differentialgleichungssystems, dessen Eigenwerte in der offenen linken s -Halbebene liegen, strebt für $t \rightarrow \infty$ gegen Null.

Dazu wird zunächst die Differenz der Differentialgleichungen des Prozesses (14) und des Parallelmodells (15) gebildet:

$$\dot{\hat{\bar{x}}} - \dot{\bar{x}} = F \cdot \hat{\bar{x}} - F \cdot \bar{x} + F \cdot \bar{x} + H \cdot \bar{u} + G \cdot C \cdot \bar{x} - A \cdot \bar{x} - B \cdot \bar{u} \quad (16)$$

Um $\hat{\bar{x}} - \bar{x}$ auch als Zustandsvektor bei der Systemmatrix F des Beobachters zu erhalten wurde in (16) der Nullterm $-F \cdot \bar{x} + F \cdot \bar{x}$ eingefügt. In geeigneter Weise umgestellt lautet die Gleichung:

$$\left(\dot{\hat{\bar{x}}} - \dot{\bar{x}} \right) = F \cdot (\hat{\bar{x}} - \bar{x}) + (F - A + G \cdot C) \cdot \bar{x} + (H - B) \cdot \bar{u} \quad (17)$$

Differentialgleichung für die Differenz aus Prozeß- und Beobachter-Zustandsgrößen

Um ein homogenes Differentialgleichungssystem für $\ddot{\hat{x}} - \ddot{x}$ zu erhalten, muß man für den Luenberger Beobachter die gleiche Steuermatrix $H = B$ wie der Prozeß aufweisen und F nach der Vorschrift

$$F = A - G \cdot C \quad (18)$$

gebildet werden. Damit verschwinden die beiden hinteren Klammerausdrücke und das Ziel einer homogenen Differentialgleichungssystem für den Beobachtungsfehler $\ddot{e}_B = \ddot{\hat{x}} - \ddot{x}$ ist erreicht. Die Gewichtungsmatrix muß lediglich so gewählt werden, daß der Luenberger Beobachter ein stabiles dynamisches System ist. Die Zustandsgleichung für den Luenberger Beobachter lautet damit

$$\ddot{\hat{x}} = (A - G \cdot C) \cdot \ddot{\hat{x}} + B \cdot \ddot{u} + G \cdot C \cdot \ddot{x} \quad (19)$$

Um ein detaillierteres Blockschaltbild zeichnen und so die Wirkungsweise des Beobachters noch besser durchschauen zu können wird, wird die Zustandsgleichung (18) des Beobachters etwas umgeformt:

$$\ddot{\hat{x}} = A \cdot \ddot{\hat{x}} + B \cdot \ddot{u} - G \cdot C \cdot \ddot{\hat{x}} + G \cdot C \cdot \ddot{x} \quad (20)$$

Der mit C gewichtete Prozeß-Zustandsvektor $\ddot{x}$ ist nach Gleichung (10) und Abb. 4 der Meßvektor $\ddot{y}$. Ebenso kann man das Produkt aus der Meßmatrix C und dem Zustandsvektor $\ddot{\hat{x}}$ des Beobachters als Meßvektor $\ddot{\hat{y}}$ des Beobachters auffassen. Der Term $-C \cdot \ddot{\hat{x}} + C \cdot \ddot{x} = -\ddot{\hat{y}} + \ddot{y}$ stellt also die Differenz der beim Prozeß und beim Beobachter gewonnenen Meßgrößen dar.

Damit ergibt sich die endgültige Zustandsgleichung des Luenberger Beobachters zur Bildung eines detaillierten Blockschaltbildes (Abb. 15):

$$\ddot{\hat{x}} = A \cdot \ddot{\hat{x}} + B \cdot \ddot{u} - G \cdot (\ddot{\hat{y}} - \ddot{y}) \quad (21)$$

Bedingungen, um die Homogenität der Differentialgleichung zu erreichen

®

Bestimmungsgleichungen für die Systemmatrix F und die Eingangsmatrix H des Luenberger Beobachters

Darstellung des Luenberger Beobachters mit den berechneten Matrizen F und H als Blockschaltbild

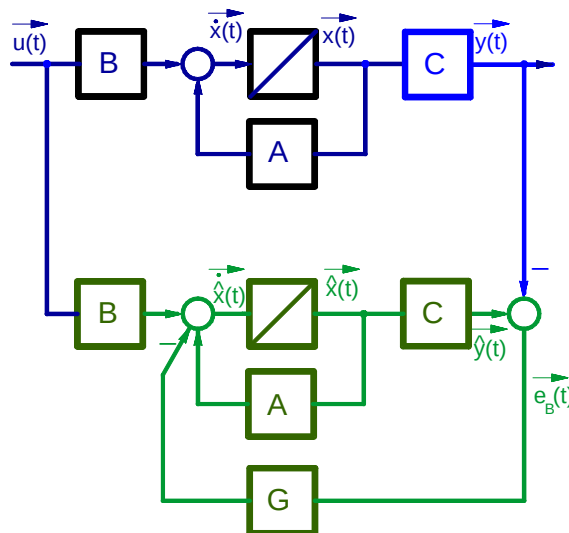
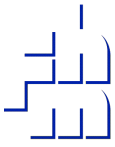


Abb. 15 Luenberger Beobachter, Blockschaltbild unter Berücksichtigung der Bestimmungsgleichungen.



3.3.3 Anwendung des allgemeinen Ansatzes auf eine PT₂-Strecke

Für eine PT₂-Strecke soll nun ein Luenberger Beobachter entworfen werden. Gemessen (Meßwert y) wird nur das Ausgangssignal x_2 des zweiten PT₁-Systems. Nach (6) und (8) lauten die Zustandsgleichungen der Strecke in Komponentenschreibweise -

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 \\ \frac{1}{T_2} & -\frac{1}{T_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{K}{T_1} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot u$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

Die Systemmatrix F des Beobachters ergibt sich mit (17) und (18) zu

$$F = A - G \cdot C = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 \\ \frac{1}{T_2} & -\frac{1}{T_2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_1} & -g_1 \\ \frac{1}{T_2} & -\left(\frac{1}{T_2} + g_2\right) \end{pmatrix}$$

Der Luenberger Beobachter lautet damit nach (19):

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_1} & -g_1 \\ \frac{1}{T_2} & -\left(\frac{1}{T_2} + g_2\right) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{T_1} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot u + \begin{pmatrix} 0 & g_1 \\ 0 & g_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

Nun wird die Multiplikation der Vektoren und Matrizen durchgeführt und das Ergebnis als zwei getrennte Gleichungen dargestellt. Die Zustandsvariablen des Beobachters werden auf die linke Seite der jeweiligen Zeile der Differentialgleichungen geschrieben.

**Anwendungsbeispiel
PT₂-System**

**Zustandsgleichung
mit physikalischen
Größen als Zu-
standsgrößen**

**Systemmatrix F des
Luenberger Beob-
achters für die PT₂-
Strecke**

**Zustands-Differenti-
algleichung des Lu-
enberger Beobach-
ters einer PT₂-
Strecke**

$$T_1 \cdot \dot{\hat{x}}_1 + \hat{x}_1 = u - T_1 \cdot g_1 \cdot (\hat{x}_2 - x_2)$$

$$T_2 \cdot \dot{\hat{x}}_2 + \hat{x}_2 = \hat{x}_1 - T_2 \cdot g_2 \cdot (\hat{x}_2 - x_2)$$

Getrennte Darstellung der beiden Zeilen des Differentialgleichungssystems

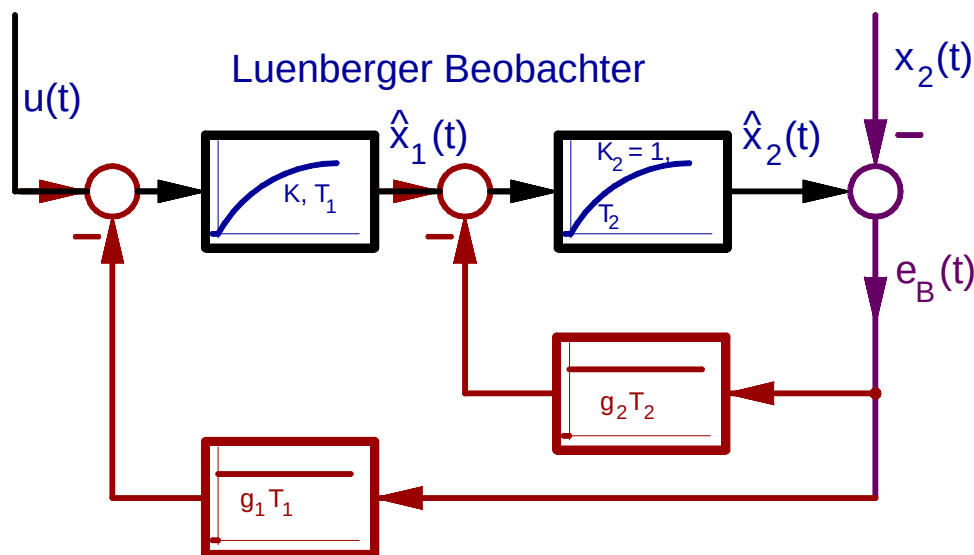
Sortierung nach Ein und Ausgang

Wie man sieht, handelt es sich bei diesem Beobachter um zwei PT_1 -Glieder. Das Eingangssignal des ersten Systems wird gebildet aus der Summe von der Prozeß-Stellgröße u und dem Beobachtungsfehler $e_B = \hat{x}_2 - x_2$, der durch einen P-

Regler mit Verstärkung $g_1^* = g_1 \cdot T_1$ multipliziert wird.

Auf das zweite System wirken als Eingangssignal die Zustandsgröße $\hat{x}_1$ und ebenfalls wieder der Beobachtungsfehler, diesmal multipliziert mit $g_2^* = g_2 \cdot T_2$.

Somit liegt die Struktur aus Abb. 12 vor, die zur Veranschaulichung der Wirkungsweise des Beobachters diene (Abb. 16).



Blockschaltbild der beiden Differentialgleichungen

Abb. 16 Detailliertes Schaltbild des Luenberger Beobachters für den speziellen Fall einer PT2-Strecke

4 Elimination nicht meßbarer Störgrößen mit Hilfe eines Störbeobachters

4.1 Aufschaltung gemessener Störgrößen

Störungen, die an irgendeiner Stelle auf einen Prozeß einwirken, beeinflussen den Meßwert y der Regelgröße x . Die daraus resultierende Regeldifferenz e veranlaßt den Regler über die Stellgröße u den Einfluß der Störgröße z zu verringern oder ganz zu eliminieren.

Das Problem liegt dabei in streckenbedingten Verzögerungen, die eine Reaktion auf die Störung erst nach einiger Zeit voll wirksam werden lassen. In dieser Zeit kann der Prozeß unter Umständen bereits in einen kritischen Betriebszustand kommen. Wenn man an ein thermisches Kraftwerk denkt, bei dem der mehrstufige Turbinensatz einen 60-t-Anker unter elektrischer Vollast von 750MW antreibt, kann man sich durch durchaus lebhaft vorstellen, was bei plötzlichem Ausfall dieser Last (z.B. durch Blitzeinschlag ins Umspannwerk und Lastabwurf durch die Leistungstrenner) passieren würde. Die Drehfrequenz des Ankers würde schnell kritische Werte erreichen, bevor die Drehzahlregelung auf der Antriebsseite entgegensteuern könnte.

Glücklicherweise ist dieser Lastabwurf auf elektrischer Seite ohne Verzögerung leicht meßbar. Diese Information kann dazu benutzt werden, diese gemessene Störgröße $\hat{z}$ mit negativem Vorzeichen der Stellgröße u aufzuschalten und die Dampfzufuhr zur Turbine sofort ohne die Streckenverzögerung durch den 60-t-Anker zurückzufahren. Abb. 17 stellt diese Zusammenhänge unter der vereinfachenden Annahme dar, daß die Störung z am Eingang der Strecke wirkt und das Meßsignal $\hat{z}$ bereits entsprechend aufbereitet mit gleichem Wert negativ auf den Streckeneingang geleitet wird.

Aufschaltung gemessener Störgrößen mit negativem Vorzeichen auf dem Prozeß verhindert Auswirkung der Störung auf den Prozeß

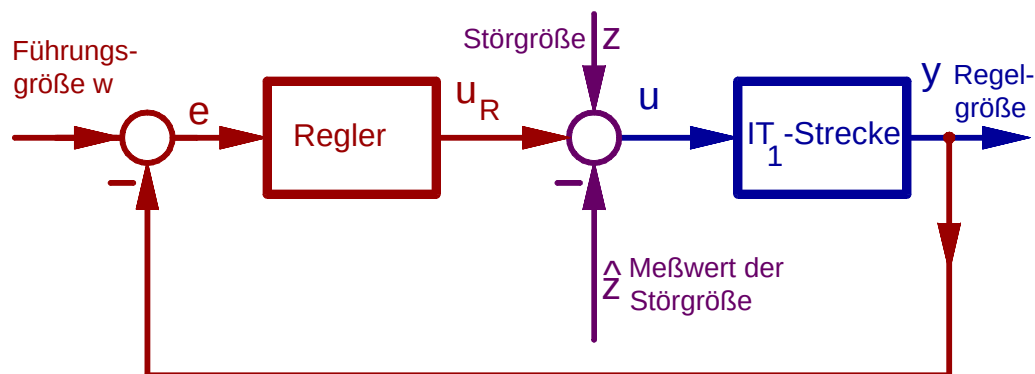
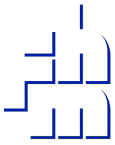


Abb. 17 Aufschaltung der gemessenen Störgröße $\hat{z}$ auf den Streckeneingang



Schwieriger gestaltet sich das Problem in anderen Fällen, bei denen die Störgröße nicht direkt meßbar ist, sondern nur in ihrer am Streckenausgang sichtbaren Wirkung. Bei der Zahnrad-Feinbearbeitung mit schnecken- und zahnradförmigem Werkzeug wirken Vorverzahnungsfehler, etwa der Rundlauffehler, als immer wiederkehrende Störungen. Sie belasten die Antriebsregelkreise periodisch mit bekannter Frequenz, jedoch unbekannter Phasenlage und Amplitude. Zudem verändern sich diese beiden Größen noch während des Bearbeitungsvorgangs. Eine direkte Messung des Rundlauffehlers während der Bearbeitung ist nicht möglich. Unglücklicherweise können diese Störgrößen die Regelkreise so ungünstig anregen, daß die Bearbeitung die Geometrie des Zahnrades sogar noch verschlechtert.

Die anregende periodische Störgröße tritt im Meßwert y der Regelgröße auf, wenn auch mit anderer Amplitude und Phasenlage. Daher liegt es nahe, aus diesem Signal zurückzuschließen auf die tatsächliche Amplitude und Phasenlage der Störung, die nicht direkt meßbare Störung also zu "beobachten". Dieses Signal in geeigneter Weise dann auf den Eingang der Regelstrecke geführt kann dann die Wirkung der Störung reduzieren oder ganz eliminieren, ähnlich wie die Aufschaltung einer meßbaren Störung.

Es besteht jedoch ein prinzipieller Unterschied zur Aufschaltung einer gemessenen Störgröße z : Die Aufschaltung der beobachteten Störgröße $\hat{z}$ wirkt zurück auf das Beobachtungsergebnis. Es besteht also ein weiterer Regelkreis im Gesamtsystem, der ohne weitere Maßnahmen gegenüber der klassischen Störgrößenaufschaltung zu anderen Ergebnissen führt

Ermittlung nicht direkt meßbarer Störgrößen bekannter Struktur, aber teilweise unbekannter Parameter aus dem Beobachtungsfehler

4.2 Beobachtung einer nicht meßbaren sinusförmigen Störgröße

Den weiteren Betrachtungen liegt eine derartige sinusförmige Störgröße z mit bekannter Kreisfrequenz ω_z zugrunde. An diesem Beispiel wird das Prinzip und die Wirkungsweise des Störbeobachters erläutert. Anschließend wird diese beobachtete Störgröße $\hat{z}$, die auch in Amplitude und Phase mit der Störgröße z übereinstimmt, auf den Prozeß mit negativem Vorzeichen aufgeschaltet und der Unterschied zur direkten Aufschaltung der gemessenen Störung z gezeigt. Abschließend folgen Erweiterungen, um auf gleiche oder annähernd gleiche Ergebnisse wie bei der direkten Aufschaltung zu kommen. Damit ist die Grundlage gelegt, auch die sehr formalistisch formulierten Darstellungen über Störbeobachter (z.B. [3], [8]) zu verstehen.

Beispiel:

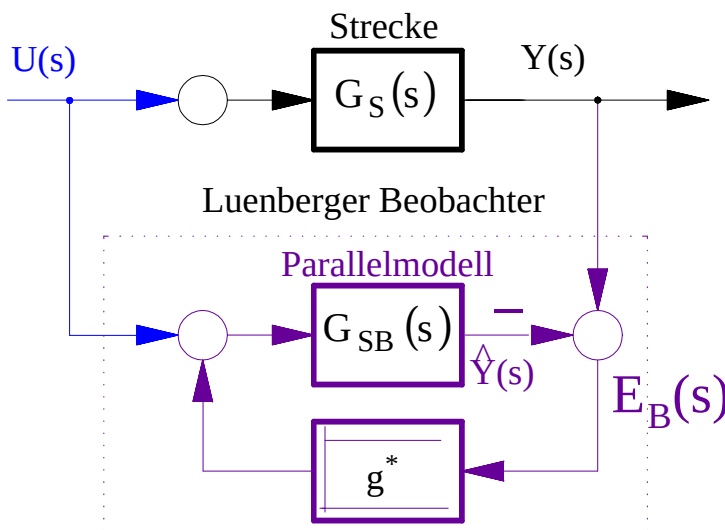
Sinusförmiger Störer mit bekannter Frequenz

4.2.1 Erweiterung des Luenberger Beobachters durch ein Störmodell

Für die folgenden Betrachtungen wird ein stark vereinfachter Luenberger Beobachter verwendet, bei dem die Verstärkungen aller P-Glieder im Rückwärtszweig zu Null gesetzt werden bis auf das eine, dessen Ausgang zusammen mit der Prozeßstellgröße u in den Eingang des Streckenmodells $G_{SB}(s)$ führt (Abb.18). Der Luenberger Beobachter stellt also ein einschleifig geregeltes Parallelmodell dar. Dies hat den Vorteil, daß die weiteren Betrachtungen zum Verständnis des Störbeobachters in der s -Ebene auf der Basis der gewohnten Übertragungsfunktionen erfolgen können. Sind die Zusammenhänge erst einmal verstanden, bereitet die weitere Vertiefung mit den Methoden der Zustandsraumdarstellung nur mehr wenig Probleme.

Erweiterung des Luenberger Beobachters durch ein dynamisches System als Störbeobachter

Struktur und damit die Übertragungsfunktion $G_{SZ}(s)$ noch unbekannt



Vereinfachter Luenberger Beobachter: Einschleifige Rückführung

Abb. 18 Regelstrecke mit vereinfachtem Luenberger Beobachter

Allein an der Strecke greift die sinusförmige Störung $z(t)$ mit der Frequenz f_0 an. Diese Frequenz taucht auch im Beobachtungsfehler $e_B(t)$ auf, allerdings mit anderer Amplitude und anderer Phasenlage. Diese Sinusschwingung im Beobachtungsfehler wird nun nicht nur auf den Streckenbeobachter mit der Verstärkung g^* zurückgeführt, sondern auch an ein dynamisches System mit der noch unbekannten Übertragungsfunktion $G_{ZB}(s)$ geleitet. Dieses dynamische System soll als Ausgangsgröße ein sinusförmiges Signal $\hat{z}(t)$ liefern, das mit derselben Frequenz schwingt, wie die Störung $z(t)$ und darüber hinaus auch noch die gleiche Amplitude und die gleiche Phasenlage aufweist, wie das nicht direkt meßbare Störsignal $z(t)$. Dazu wird $\hat{z}(t)$ an das Störmodell mit der Übertragungsfunktion $G_{ZB}(s)$ geleitet. Wegen der Linearität des Gesamtsystems bleibt im folgenden die Prozeß-Stellgröße u unberücksichtigt (Abb. 19).

Die Übertragungsfunktion des Prozeßmodells $G_{SB}(s)$ ist ja gleich der Streckenübertragungsfunktion $G_S(s)$ und g^* die Verstärkung zur Beeinflussung der Beobachterdynamik. Das Minuszeichen der Regelung wurde an den Ausgang des Modells verlegt und entspricht damit der üblichen Darstellung in der Literatur.

Zu ermitteln ist nun eine geeignete Übertragungsfunktion $G_{ZB}(s)$ des Störmodells, die im eingeschwungenen Zustand ein Ausgangssignal $\hat{z}(t) = z(t)$ liefert. Dazu muß die Übertragungsfunktion zwischen der Störung z als Eingang und $\hat{z}$ den Wert 1 annehmen:

$$G_Z(s) = \frac{\hat{Z}(s)}{Z(s)} = 1 \quad (22)$$

Zur Ermittlung dieser Übertragungsfunktion wird das Blockschaltbild umgeformt (Abb. 20):

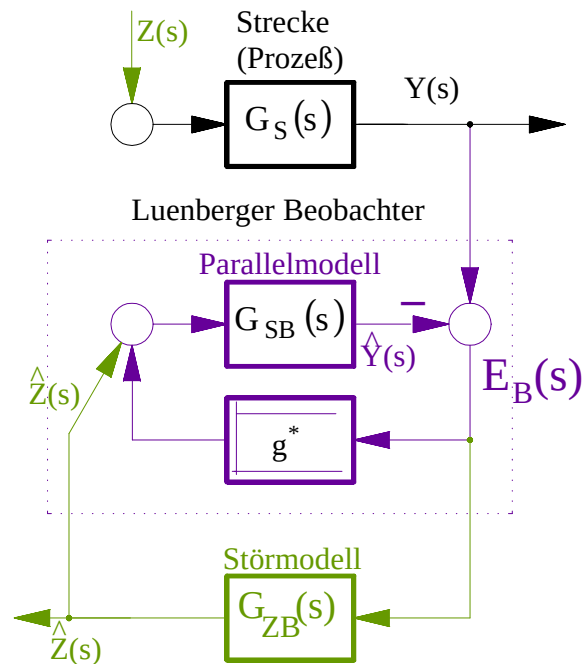


Abb. 19 Ergänzung des Luenberger Beobachters durch ein Störmodell mit der Übertragungsfunktion G_{ZB}

Störmodell mit noch unbekannter Übertragungsfunktion G_{ZB}

Bedingung für asymptotische Übereinstimmung von Störgröße z und Modell-Störgröße $\hat{z}$

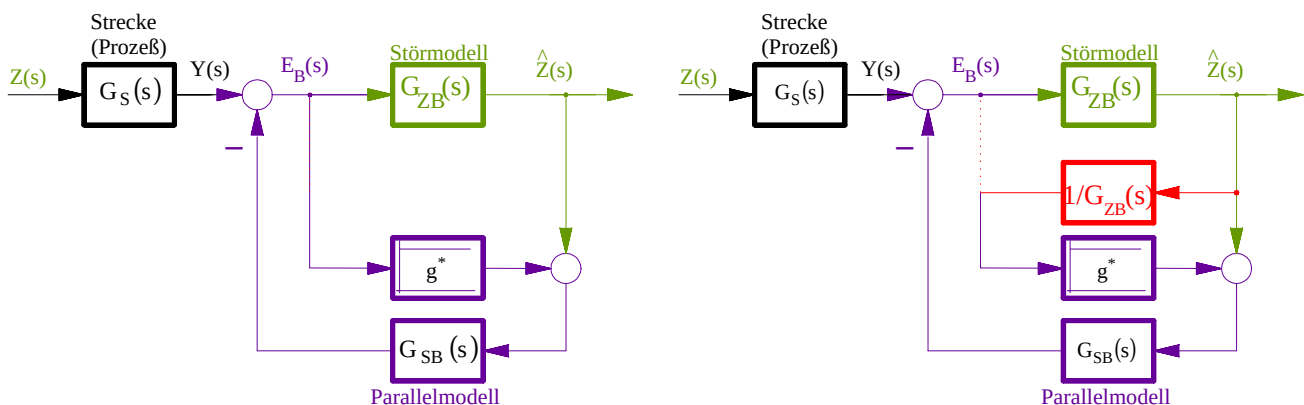


Abb. 20 Darstellung zur Ermittlung der Übertragungsfunktion

Mit dieser Umformung ergibt sich für die Störungs-Übertragungsfunktion

$$G_Z(s) = \frac{\hat{Z}(s)}{Z(s)} = \frac{G_S}{\frac{1}{G_{ZB}} + G_{SB} \cdot \left(1 + \frac{g^*}{G_{ZB}}\right)} \quad (23)$$

Da die Störung z eine sinusförmiges Signal mit der Frequenz $\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0$ ist, wird für diese Frequenz die Störübertragungsfunktion $G_Z(s) = 1$ genau dann, wenn die Übertragungsfunktion $G_{ZB}(s)$ des Störmodells Pole auf der imaginären Achse bei $s = \pm j \cdot \omega_0$ aufweist, es sich also um einen ungedämpften Schwinger handelt.

Ein derartiges Modell wird im folgenden Abschnitt hergeleitet und dessen Eigenschaften untersucht.

Störungs- Übertragungsfunktion

$$G_Z = \frac{\hat{Z}}{Z}$$

muß bei der Störfrequenz f_0 gleich 1 sein

→

Die Übertragungsfunktion G_{ZB} des Störmodells muß bei der Störfrequenz f_0 einen Übertragungspol aufweisen

4.2.2 Störmodell für sinusförmige Störgrößen

Gesucht ist ein dynamisches System, das

- eine sinusförmige Größe abgibt, ohne dauernd von außen angeregt zu werden und
- bei Anregung durch ein externes Signal mit dieser Frequenz seine Amplitude und Phasenlage ändert.

Ein Feder-Masse-System (Abb. 21) besitzt diese Eigenschaften, wenn der Koeffizient bei $\dot{x}$ gegen Null geht. Seine Anregung wird es aus dem Beobachtungsfehler e_B beziehen.

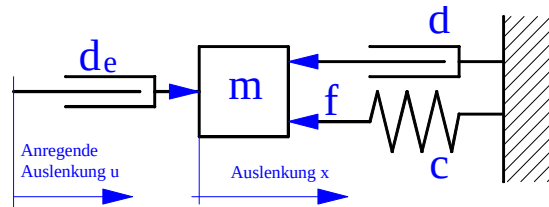


Abb. 21 Störmodell für sinusförmigen Störer

Mechanisches Modell

Ungewöhnliche Anregung durch die Auslenkung eines Dämpfungsgliedes hat Bedeutung für die folgenden Überlegungen

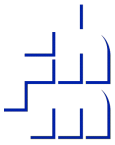
Seine Differentialgleichung lautet:

$$m \cdot \ddot{x} + (d + d_e) \cdot \dot{x} + c \cdot x = d_e \cdot \dot{u} \quad (24)$$

mit den Dämpfungskonstanten d und d_e in der Einheit $\frac{N}{m/s}$ und der Federkon-

stanten c in $\frac{N}{m}$. Die Anregung mit einem die Anregung u differenzierenden

Dämpfungsglied hat eine konkrete Bedeutung, die bei den folgenden Überlegungen von Bedeutung sein wird.



Fahrzeugmechatronik Masterstudiengang

M 3.1 Modellbildung und Regelung

Labor für Automatisierung und Dynamik AuD FB 03MB

Durch die Federkonstante c dividiert erhält die Differentialgleichung die Form

$$\frac{m}{c} \cdot \ddot{x} + \frac{d+d_e}{c} \cdot \dot{x} + x = \frac{d_e}{c} \dot{u} \quad (25)$$

In der Darstellung mit Dämpfungsgrad D und der Eigenfrequenz ω_0 (= Betrag des Eigenwertes) lautet dieses System 2. Ordnung:

$$\frac{1}{\omega_0^2} \cdot \ddot{x} + \frac{2 \cdot D}{\omega_0} \cdot \dot{x} + x = K \cdot \frac{2 \cdot D}{\omega_0} \cdot \dot{u} \quad (26)$$

mit

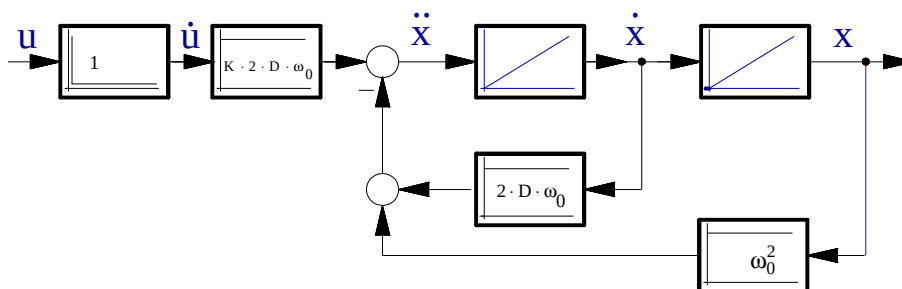
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}, \quad D = \frac{d+d_e}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{m \cdot c}} \quad \text{und} \quad K = \frac{d_e}{d_e + d} \quad (27)$$

Wie zu sehen ist, wird der Dämpfungsgrad mit zunehmender Masse m und Federkonstante c bei unveränderter Eigenfrequenz immer kleiner. (Zur anschaulichen Bedeutung des Dämpfungsgrades D und der Eigenfrequenz ω_0 sowie das damit zusammenhängende zeitliche Verhalten siehe z.B. [7])

Die Auflösung von (24) nach der Auslenkung x der Masse

$$\ddot{x} = -2 \cdot D \cdot \omega_0 \cdot \dot{x} - \omega_0^2 \cdot x + K \cdot 2 \cdot D \cdot \omega_0 \cdot \dot{u} \quad (28)$$

liefert das Blockschaltbild des Störmodells (Abb. 22):

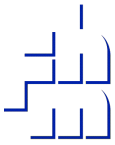


Blockschaltbild des gedämpften Schwingers

Abb. 22 Blockschaltbild des Feder-Masse-Dämpfer-Systems

Dieses dynamische System erfüllt die zweite eingangs geforderte Eigenschaft "Veränderung von Amplitude und Phase infolge eines Eingangssignals mit derselben Frequenz".

Bevor die erste geforderte Eigenschaft "konstante Amplitude ohne Eingangssignal u " realisiert wird ist hier ein genauere Diskussion der Eigenschaften dieses Systems nützlich.



4.2.2.1 Frequenz- und Zeitverhalten des Feder-Masse-Dämpfer-Systems

Die folgenden Betrachtungen sind ein Vorgriff auf die Verarbeitung von Sensor-signalen. Die folgenden mathematischen Zusammenhänge müssen an dieser Stelle noch nicht im einzelnen nachvollzogen werden. Daher wird auch auf die detaillierte Herleitung der Zusammenhänge verzichtet. Lediglich das anschauliche Verständnis ist für die weiteren Überlegungen beim Einsatz im Störbeobachter nötig. Insbesondere wichtig ist die Kenntnis, wie das Einschwingverhalten eines gedämpften Feder-Masse-Schwingers auf einen Sprung des Sinussignals mit der Eigenfrequenz $\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0$ zusammenhängt mit der (Gleichsignal-) Sprungantwort eines Feder-Dämpfer-Systems.

Zunächst wird daher das Zeitverhalten des Bandpasses, dessen konjugiert komplexes Polpaar nicht auf der imaginären Achse liegt, näher beleuchtet und in Beziehung zu einem Tiefpaß betrachtet, dessen Grenz-Kreisfrequenz $\omega_g = 2 \cdot \pi \cdot f_g$ gleich der halben Bandbreite $0.5 \cdot \Delta\omega = 0.5 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_g$ des Bandpasses ist ("Äquivalenter Tiefpaß").

Im Anschluß daran verschiebt eine Mitkopplung die Pole des Bandpasses sowie den reellen Pol des äquivalenten Tiefpasses auf die imaginäre Achse. Bei der Betrachtung des Zeitverhaltens wird man sehen, daß ein Sprung eines sonst zeitkonstanten Signals auf den entdämpften Tiefpaß eine gleichartige Reaktion hervorruft, wie der Sprung eines sinusförmigen Signals auf den entdämpften Bandpaß, wenn die Kreisfrequenz des Signals gleich der Mittenfrequenz ω_0 des Bandpasses ist.

Betrachtet man das Bode-Diagramm des Feder-Masse-Dämpfer-Systems, so stellt man fest daß es sich um einen Bandpaß handelt, dessen 3-dB-Bandbreite $\Delta\omega = \omega_{g+} - \omega_{g-}$ und Mittenkreisfrequenz ω_0 auch aus den Gleichungen (25) bzw. (26) direkt ablesbar ist. Die folgende Gleichung zeigt die Übertragungsfunktion, dargestellt mit Kreisfrequenz-Bandbreite $\Delta\omega$ und Mitten-Kreisfrequenz ω_0 .

$$G_{BP}(s) = \frac{K \cdot s \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_0^2}}{s^2 \cdot \frac{1}{\omega_0^2} + s \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_0^2} + 1} \quad \text{mit } \Delta\omega = 2 \cdot D \cdot \omega_0 \quad (29)$$

Abb. 23 zeigt die Bodediagramme für zwei Bandpässe jeweils mit der Mittenfrequenz $f_0 = \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi} = 0.2\text{Hz}$ und den Bandbreiten

$$\Delta f_1 = \frac{\Delta\omega_1}{2 \cdot \pi} = 0.04\text{Hz} \text{ bzw. } \Delta f_2 = 0.08\text{Hz} \text{ und dem Übertragungsbeiwert}$$

$$K = 1;$$

Feder-Masse-Dämpfer-System ist ein Bandpaß

Feder-Dämpfer-System ist ein Tiefpaß

Zusammenhang zwischen Tiefpaß und Bandpaß?

Äquivalenter Tiefpaß!

Die zu den beiden Bandpässen äquivalenten Tiefpässe haben die Übertragungsfunktionen

$$G_{TP_1}(s) = \frac{1}{s \cdot T_1 + 1} \quad (30)$$

mit

$$T_1 = \frac{1}{0.5 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \Delta f_1} = 7.96 \text{ sec} \quad (31)$$

bzw.

$$G_{TP_2}(s) = \frac{1}{s \cdot T_2 + 1} \quad (32)$$

mit

$$T_2 = \frac{1}{0.5 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \Delta f_2} = 3.98 \text{ sec} \quad (33)$$

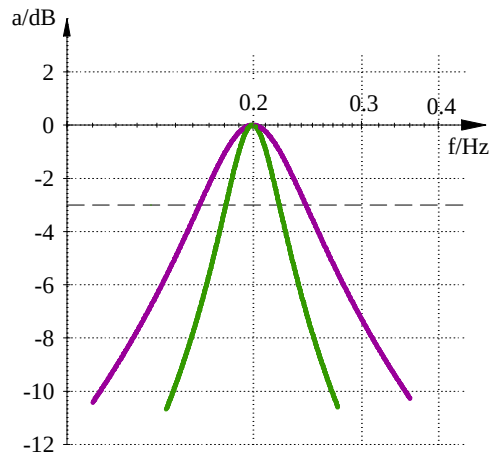


Abb. 23 Bandpässe mit Bandbreiten 0.04Hz und 0.08Hz

Zwei Bandpässe mit der 3dB-Bandbreite 0.04 Hz und 0.08Hz sind äquivalent zu den beiden Tiefpässen mit den 3dB-Grenzfrequenzen 0.02Hz und 0.04Hz

Die folgenden Abbildungen zeigen die Antworten der beiden Bandpässe auf den Sinussignal-Sprung bei der Mittenfrequenz sowie die Sprungantworten des äquivalenten Tiefpasses. (BP_fm02_bb_004.dwk) (BP_fm02_bb_008.dwk)

Wie man sieht wird der stationäre Zustand mit zunehmender Bandbreite früher erreicht. Die Sprungantwort des äquivalenten Tiefpasses ist dabei die Einhüllende des Einschwingvorgangs.

Diese Ergebnisse entsprechen auch der Erfahrung: Eine große Masse mit einer harten Feder braucht zum Einschwingen bei gleicher Resonanzfrequenz länger, als eine kleine Masse mit weicher Feder (27)(29). Außerdem schwingt das System mit großer Masse und harter Feder bei Anregung außerhalb der Mittenfrequenz mit niedrigerer Amplitude als das andere System (Abb. 23).

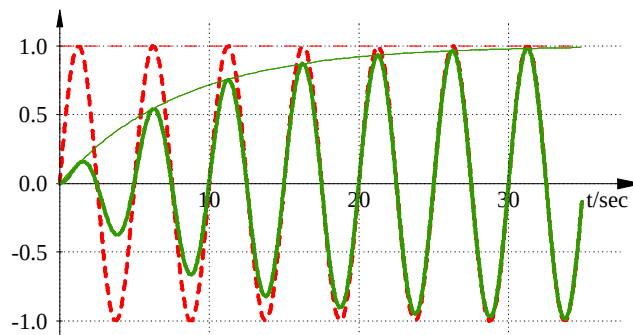


Abb. 24 Sinussignalsprung bei $\Delta\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot 0.04 \text{ sec}^{-1}$

Gleichsignal-Sprungantworten der Tiefpässe sind Hüllkurven der Sinussignal-Sprungantworten der Bandpässe, wenn die Frequenz gleich der Mittenfrequenz f_0 der Bandpässe ist.

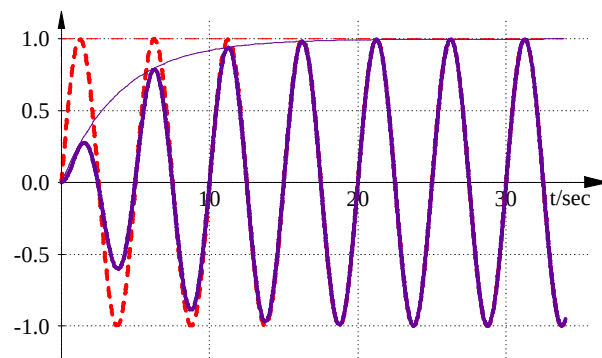


Abb. 25 Sinussignalsprung bei $\Delta\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot 0.08 \text{ sec}^{-1}$

4.2.2.2 Verschiebung der Übertragungspole auf die imaginäre Achse durch Mitkopplung

Nach (23) muß das gesuchte dynamische System konjugiert komplexe Übertragungspole auf der imaginären Achse aufweisen. Dazu wird das Ausgangssignal des Bandpasses (Übertragungsbeiwert $K = 1$) mit positivem Vorzeichen auf den Eingang zurückgekoppelt. Diese Mitkopplung erfolgt auch beim äquivalenten Tiefpaß (Abb. 26).

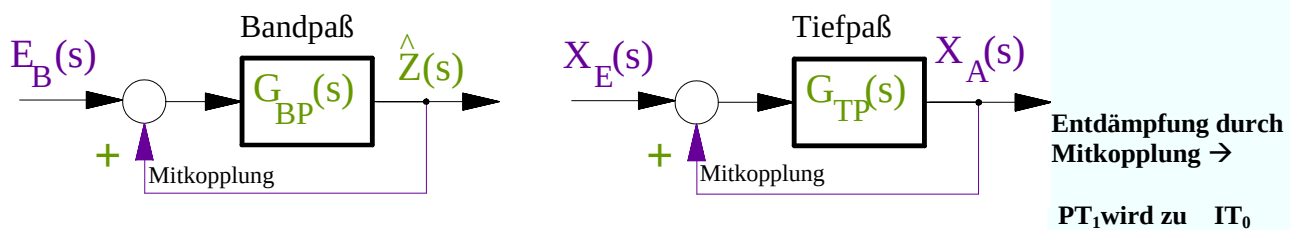


Abb. 26 Ungedämpfte Systeme durch positive Rückkopplung

Durch diese Maßnahme wird aus dem Tiefpaß ein Integral-Glied mit der Integrationszeitkonstanten $T_I = 1/2 \cdot \pi \cdot f_g$ und aus dem Bandpaß ein ungedämpfter Schwinger mit der Resonanz-Kreisfrequenz ω_0 . Die Übertragungsfunktionen ergeben sich aus den Gleichungen des äquivalenten Tiefpasses (30) der beiden rückgekoppelten Systeme und lauten beim rückgekoppelten Tiefpaß

$$G_I(s) = \frac{1}{T_I \cdot s} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f_g}{s} \quad (34)$$

und

$$G_{BP}(s) = \frac{s \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_0^2}}{s^2 \cdot \frac{1}{\omega_0^2} + 1} \quad (35)$$

beim rückgekoppelten Bandpaß.

Interessant ist bei diesen beiden Systemen wieder die Antwort auf einen Gleich- bzw. Wechselsignalsprung. Wählt man als Grenzkreisfrequenz $\omega_g = 2 \cdot \pi \cdot f_g$ wieder die halbe Bandbreite $\Delta\omega/2 = (2 \cdot \pi \cdot f_0)/2$, so ist die Sprungantwort des Integrators wieder die Einhüllende des Sinussignals. Bei einer Bandbreite von $\Delta\omega = 2 \cdot \pi \cdot 0.04 \text{ sec}^{-1}$ ergibt sich als Integrationszeitkonstante

$$T_{I_1} = \frac{1}{0.5 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0.04 \text{ s}^{-1}} = 7.96 \text{ sec} . \text{ Bei der doppelten Bandbreite}$$

$\Delta\omega = 2 \cdot \pi \cdot 0.08 \text{ sec}^{-1}$ ist die Integrationszeitkonstante T_{I_2} halb so groß.

BP wird zu ungedämpftem Schwinger

Übertragungsfunktion des IT_0 -Glieds und des ungedämpften Schwingers

Sprungantwort des I-Gliedes mit Integrationszeitkonstante $T_I = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_g}$ ist Einhüllende des Sinus-Sprungs

Abb. 28 und Abb. 27 zeigen die Sprungantworten des äquivalenten Integrators als Einhüllende der Sinus-Sprungantworten. (BP_fm02_bb_004_RK.dwk, BP_fm02_bb_008_RK.dwk)

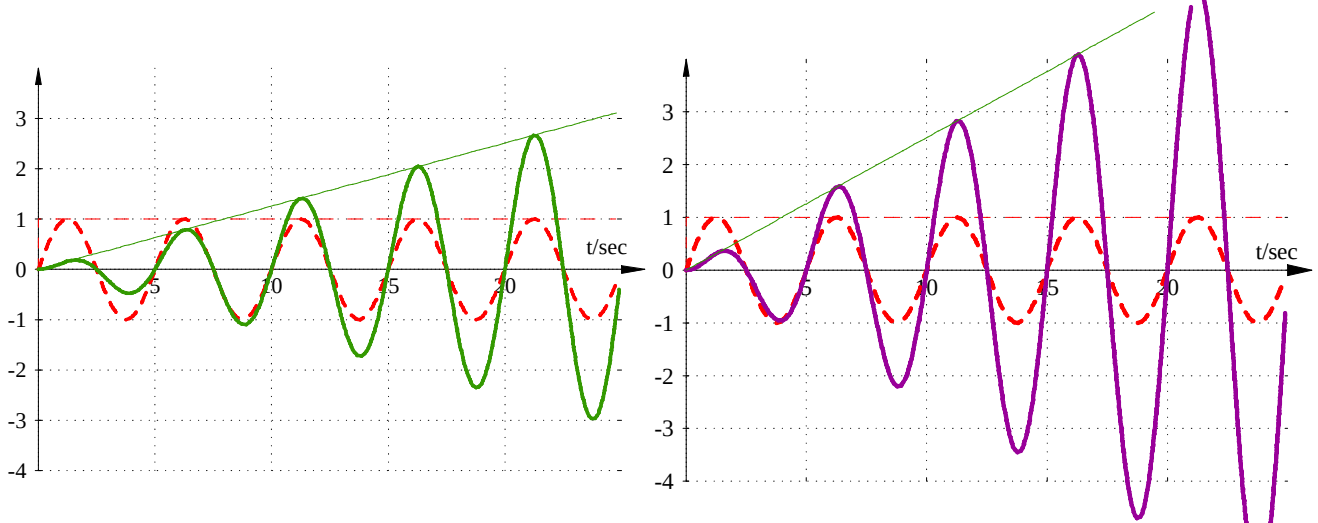


Abb. 28 Sinus-Sprungantwort bei einer Bandbreite von $\Delta\omega = 2 \cdot \pi \cdot 0.04 \cdot \text{sec}^{-1}$

Abb. 27 Dgl., jedoch bei doppelter Bandbreite

Dieser ungedämpfte Schwinger wird als Störmodell verwendet. Im folgenden wird untersucht

- wie die Modellstörgröße $\hat{z}(t)$ aus dem Beobachtungsfehler gebildet wird
- welchen Einfluß die Bandbreite $\Delta\omega$ auf das Einschwingverhalten des Störmodells hat.

Im Anschluß daran wird die Modellstörgröße $\hat{z}$ mit negativem Vorzeichen auf den realen Prozeß geführt, analog zur Aufschaltung einer gemessenen Störgröße in Abb. 17. Die Ursache des Unterschieds wird geklärt und durch weitere Maßnahmen Abhilfe getroffen, so daß gleich gute Ergebnisse, wie bei der Störgrößenaufschaltung erreichbar sind.

Ungedämpfter Schwinger erzeugt die Modellstörgröße $\hat{z}$

4.2.3 Rekonstruktion der Störgröße z durch das Störmodells

Ziel der Aufschaltung einer gemessenen Störgröße ist es, das Störsignal z selbst zu kompensieren und es damit gar nicht am Prozeßeingang in der Stellgröße u wirksam werden zu lassen (Abb. 17). In einem ersten Versuch gehen wir in gleicher Weise mit der Modellstörgröße $\hat{z}$ vor. Zuerst wird schrittweise die Rekonstruktion von z als Modellstörgröße $\hat{z}$ erläutern

4.2.3.1 Wirkung der Störung z auf den Prozeß und den Luenberger Beobachter

(Abb. 30) zeigt das Blockschaltbild der PT_2 – Strecke, auf deren Eingang u eine sinusförmigen Störung z mit der Frequenz $f_z = 0.2\text{Hz}$ wirkt. (JB1M.DWK)

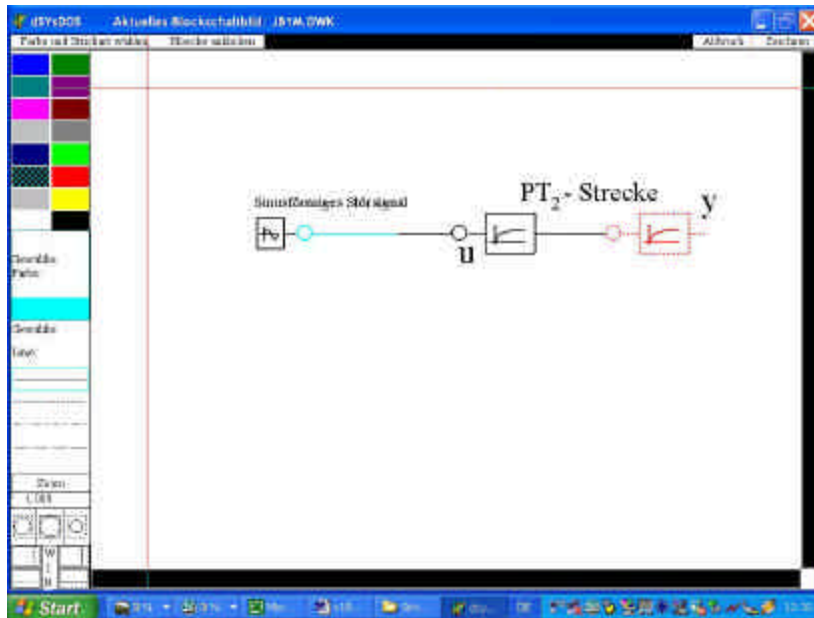


Abb. 30 Durch sinusförmige Anregung gestörte Regelstrecke
 - Simulation mit dSYs

Die sinusförmige Störung z erscheint am Streckenausgang mit Phasenverschiebung und anderer Amplitude (Abb. 29).

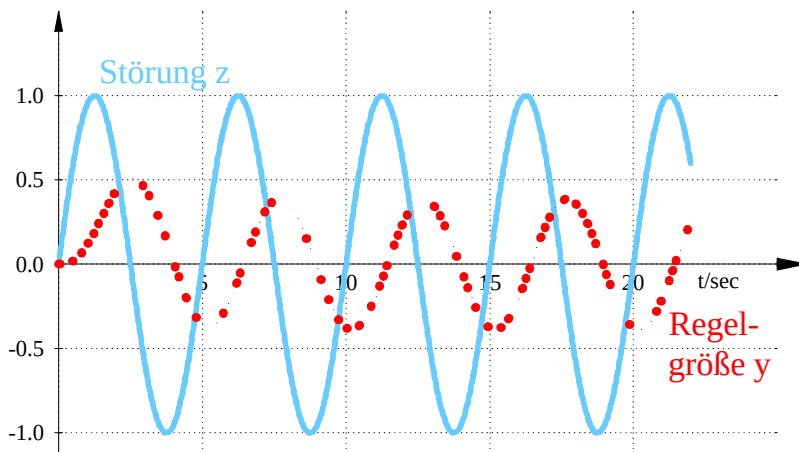


Abb. 29 Wirkung der sinusförmigen Störgröße auf den
 Ausgang y der Regelstrecke

Simulation der Streckenstörung mit dSYs

dSys ist eine für Studenten frei verfügbare Software zur Simulation dynamischer System und wurde im Fachbereich 03MB entwickelt, als vergleichbare Software noch unerschwinglich für Hochschulen und Studenten war und auch Matlab/Simulink noch nicht existierte

Die sinusförmige Störung erscheint am Streckenausgang mit Phasenverschiebung und geänderter Amplitude

4.2.3.2 Anregung des Luenberger Beobachters mit dem periodischen Beobachtungsfehler

Durch den Vergleich der Regelgröße y mit dem Ausgangssignal $\hat{y}$ des Luenberger Beobachters (Abb. 31) taucht diese Störfrequenz im Beobachtungsfehler e_B ebenfalls auf. Dieser Beobachtungsfehler regt das Streckenmodell im Luenberger Beobachter mit der Störfrequenz f_0 an, die dann mit einer weiteren Phasenverschiebung und Amplitudenänderung am Ausgang $\hat{y}$ erscheint.
 (JB2M.dwk)

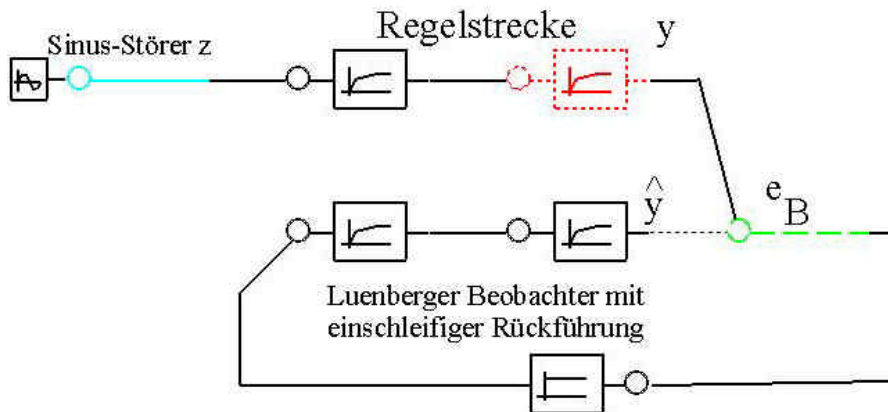


Abb. 31 Anregung des Luenberger Beobachters mit der Störfrequenz

Ohne weitere Maßnahme führt diese Sinusanregung durch den Störer also zu einem stationären sinusförmigen Beobachtungsfehler.

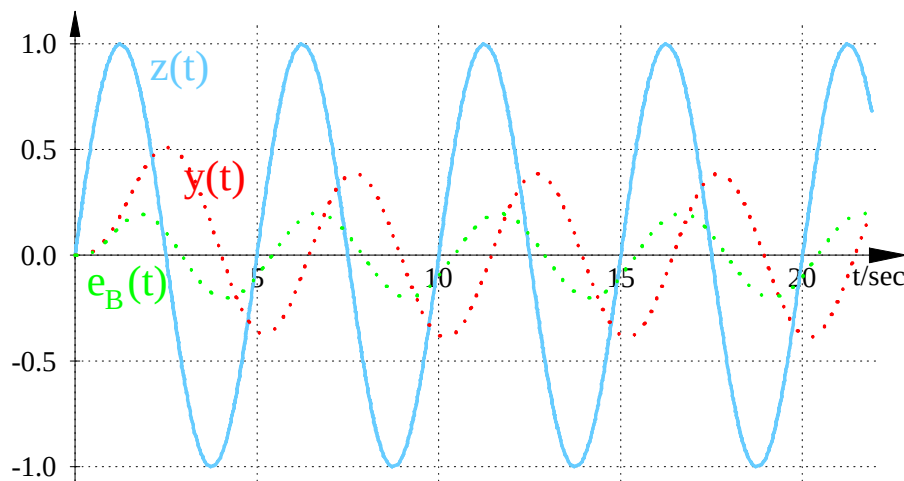


Abb. 32 Die Sinusstörung z führt auch zu einem stationären Beobachtungsfehler $e_B(t)$ mit der Frequenz f_0 der Störung

Die sinusförmige Störung z erscheint am Streckenausgang mit anderer Phase und Amplitude

Dort regt es über den Beobachtungsfehler den Luenberger Beobachter an.

Dessen Ausgangssignal $\hat{y}$ beinhaltet das Störsignal mit weiterer Phasenverschiebung und Amplitudenänderung

4.2.3.3 Ergänzung des Luenberger Beobachters durch das Störmodell

Der Luenberger Beobachter wird nach (Abb. 19) um das durch (35) beschriebenen Störmodell (Abb. 26) ergänzt und das Modellausgangssignal $\hat{z}$ auf das Streckenmodell des Luenberger Beobachters geführt. (JB3M.DWK)

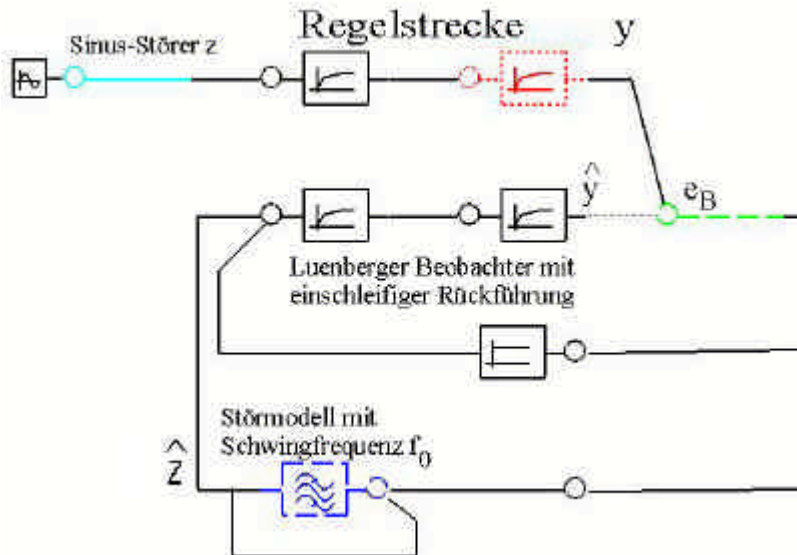


Abb. 33 Aufschaltung des Störmodellsignals $\hat{z}$ auf den Eingang des Luenberger Beobachters

Nach einem Einschwingvorgang, der entsprechend (30) bis (35) von der Bandbreite des Störmodells abhängt, ist die Modellstörgröße $\hat{z}$ in Betrag und Phase gleich der realen Störung am Eingang der Strecke.

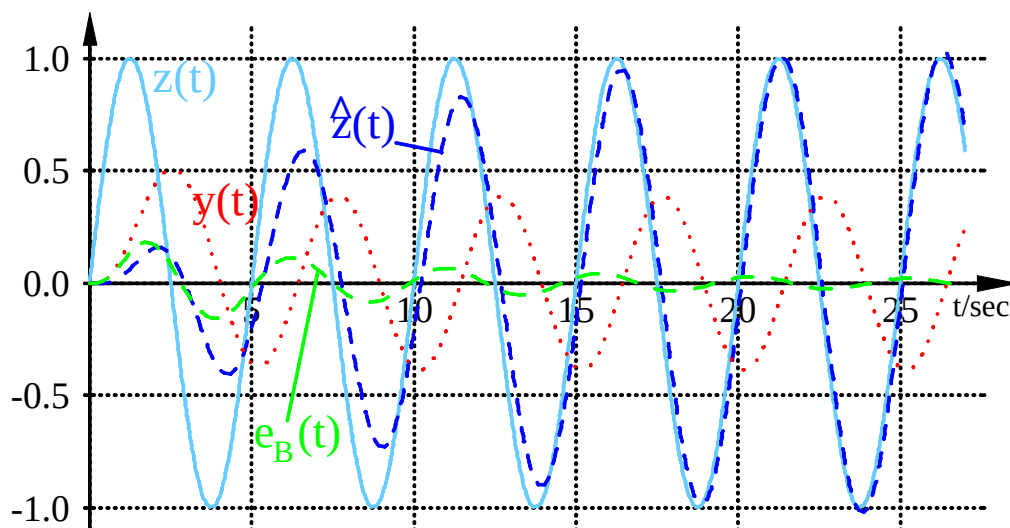


Abb. 34 Modellstörgröße $\hat{z}$ schwingt ohne bleibende Abweichung auf die reale Störgröße z ein

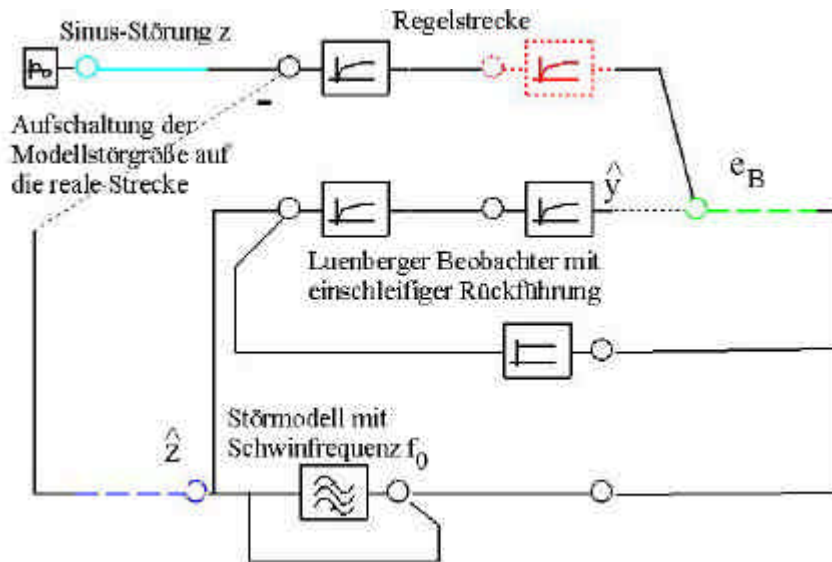
Die im Beobachtungsfehler auftretende Störfrequenz regt auch einen auf diese Frequenz abgestimmten ungedämpften Schwingen an.

Dessen Ausgang wird an den Eingang des Luenberger Beobachters geleitet

Die Amplitude $\hat{z}$ des Störmodells nähert sich immer mehr der am Eingang der Strecke wirkenden Störung z an

4.3 Aufschaltung der Modellstörgröße auf den realen Prozeß

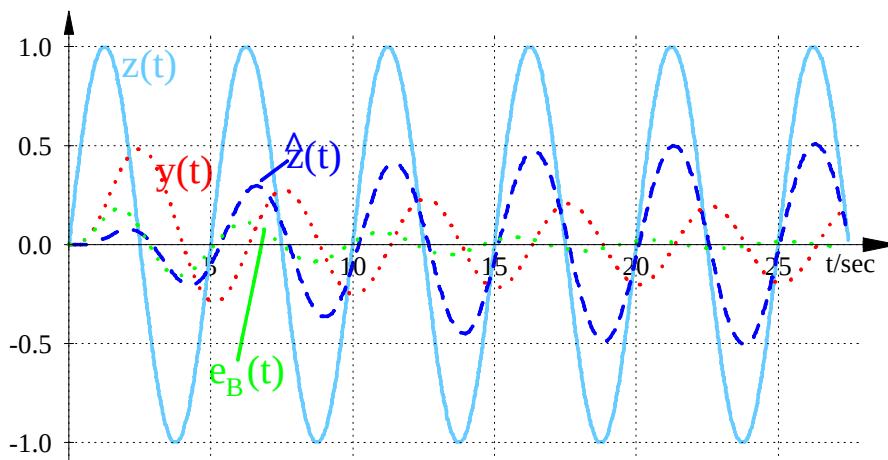
Wie bei der Aufschaltung einer gemessenen Störung (Abb. 17) wird nun die Modellstörgröße $\hat{z}$ mit negativem Vorzeichen auf die reale Strecke geschaltet (Abb. 35). (JB4M_K=1.dwk)



Die Modellstörgröße $\hat{z}$ wird mit negativem Vorzeichen auf den Eingang u der Regelstrecke geführt

Abb. 35 Modellstörgröße $\hat{z}$ wird am Eingang der Strecke der realen Störung z entgegen geschaltet

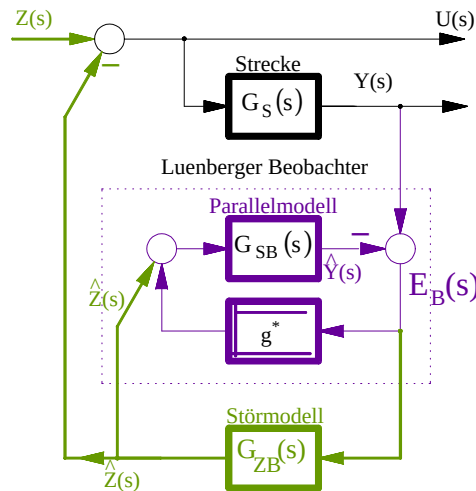
Überraschenderweise stellt man fest, daß die Wirkung der Störung am Ausgang der Strecke nicht verschwindet, wie bei der Aufschaltung einer gemessenen Störung, sondern die Amplitude von y lediglich halbiert wird. Auch steigt die Modellstörgröße $\hat{z}$ nicht mehr bis zur Amplitude der Störung z an, sondern endet bei der Hälfte.



Diese Maßnahme verringert, anders als die Aufschaltung einer unabhängig gemessenen Störung, deren Wirkung nur auf die Hälfte.

Abb. 36 Aufschaltung der Modellstörgröße $\hat{z}$ kann die Wirkung der Störung nur auf die Hälfte reduzieren

Zur Klärung des Sachverhaltes sei noch einmal die Struktur der Strecke mit Luenberger Streckenbeobachter und Störbeobachter aus Abb. 19 betrachtet. Sie wird noch ergänzt durch die Aufschaltung der Modellstörgröße $\hat{z}$ mit negativem Vorzeichen auf den Streckeneingang u . Anschließend wird so umgezeichnet, daß für die weiteren Überlegungen die Störgröße z als Eingangssignal und die Stellgröße u der Strecke als Ausgangssignal betrachtet werden kann.



Ursache für dieses andersartige Verhalten ist die Tatsache, daß hier ein Regelkreis entstanden ist

Nach (22) ist bei der Störfrequenz f_0 die Übertragungsfunktion zwischen der Störung z als Eingang und der Modellstörgröße $\hat{z}$ als Ausgang gleich 1, so daß für die Frequenz f_0 das Blockschaltbild die Form annimmt (Abb. 38):

Abb. 37 Streckeneingang u in Abhängigkeit von der Störung z

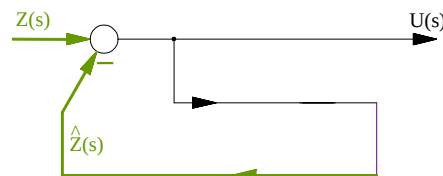


Abb. 38 Struktur bei der Eigenfrequenz der Störmodells

Damit wird der prinzipielle Unterschied zur Aufschaltung einer unabhängig vom dynamischen System gemessenen Störgröße deutlich: Hier handelt es sich um eine Regelung mit all den dafür typischen dynamischen und stationären Effekten, wie Einschwingvorgang und stationäre Abweichung. In der obigen Struktur wird damit nach dem durch die Bandbreite des Störmodells bestimmten Einschwingvorgangs die Amplitude der auf die Strecke wirkenden Störung nur halbiert:

$$U(2 \cdot \pi \cdot f_0) = Z \cdot \frac{1}{1 + 1} = Z \cdot \frac{1}{2} \quad (36)$$

Dies legt auch Verfahren zur weiteren Reduzierung der Wirkung von z nahe: Eine zusätzliche Verstärkung K_{Bz} in der Rückführung reduziert die Amplitude der bei U angreifenden Störung auf

$$U(2 \cdot \pi \cdot f_0) = Z \cdot \frac{1}{1 + K_{Bz}} \quad (37)$$

Die Analogie zur Antwort einer geregelten P-Strecke, auf deren Eingang eine sprungförmige Störung ($f_0 = 0$) angreift, läßt sich noch weiter treiben. Ein Integral-Regler, gekennzeichnet durch einen Pol auf der imaginären Achse bei $s = 0$, macht die Wirkung der Störung für $t \rightarrow \infty$ sogar zu Null.

Die Wirkung des Sprung des periodischen Störsignals mit der Frequenz f_0 kann daher mit einem Regler zu Null gemacht werden, der ein konjugiert komplexes Polpaar bei $s = \pm j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_0$ aufweist.

Verbesserung der Störunterdrückung: Rückführung der Modellstörgröße über ein proportionales Verstärkungsglied

4.3.1 Aufschaltung der Modellstörgröße mit proportionaler Verstärkung K_{Bz}

Zwischen Modellausgang $\hat{z}$ und Summationsstelle wird ein Proportionalglied mit Verstärkung K_{Bz} geschaltet (Abb. 39).

Bei einer Verstärkung von $K_{Bz} = 3$ verringert sich nach (37) die Wirkung der Störung auf ein Viertel. Das Störmodell im oberen Diagramm schwingt deutlich schneller ein, als das untere, das nur ein Viertel der Bandbreite

hat. (JB5M_K=3_df=1.DWK, JB6M_K=3_df=0.025.DWK)

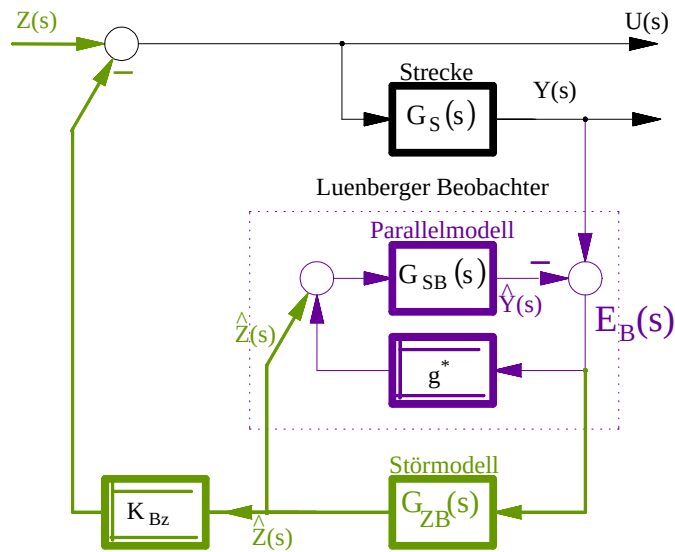
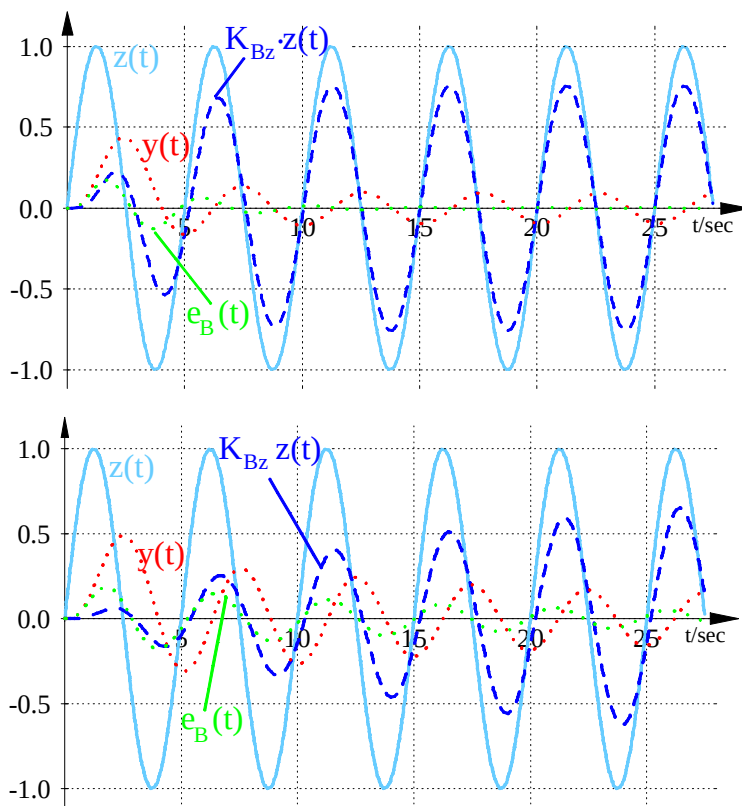


Abb. 39 Proportionale Verstärkung des Modell-Störsignals $\hat{z}$

Mit der Verstärkung $K_{Bz} = 3$ wird die Störwirkung auf ein Viertel reduziert



Bei Verringerung der Bandbreite des Schwingers wird der stationäre Zustand später erreicht

Abb. 40 Verstärkung des Modellausgangs durch $K_{Bz} = 3$, Bandbreiten des Modells $\Delta f = 0.1\text{Hz}$ und $\Delta f = 0.025\text{Hz}$

Eine weitere Erhöhung der Verstärkung K_{Bz} auf 30 verkleinert die Wirkung der Störung auf $Z/31$ (JB7M_K=30_df=025.DWK)

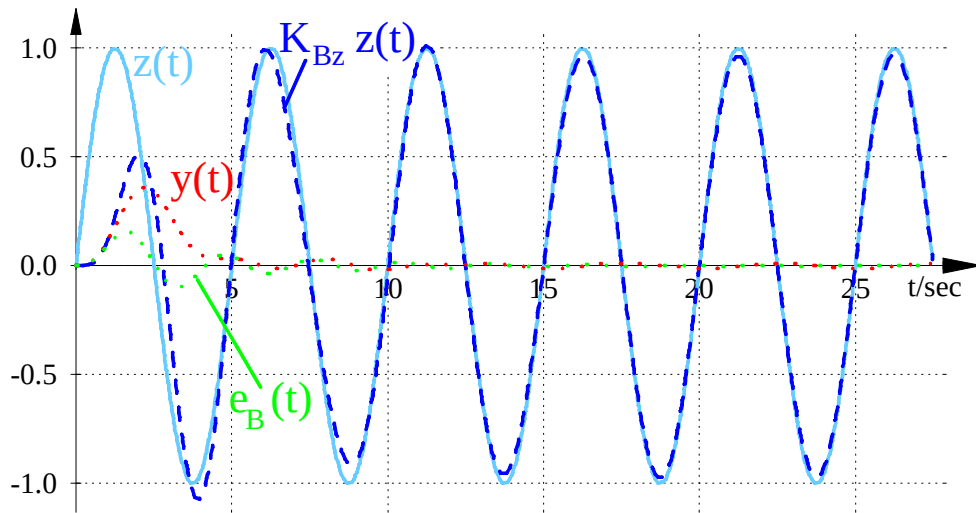


Abb. 41 Verstärkung $K_{Bz} = 30$

Bei einer Verstärkung von $K_{Bz} = 30$ verschwindet die Wirkung der Störung fast gänzlich

4.3.2 Zusätzliche Aufschaltung mit einem zum Integrator äquivalenten System

Ein Integralglied im Regler ist in der Lage, eine konstante Differenz zwischen Regelgröße und Führungsgröße zu Null zu machen. Ursache dafür ist der Pol an der imaginären Achse bei $s = 0$. Wie nach Gleichung (37) erwähnt, kann ein konjugiert komplexes Polpaar bei $s = \pm j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_0$ eine sinusförmige Störung mit der Frequenz f_0 zu Null machen. Daher wird parallel zum P-Glied mit der Verstärkung K_{Bz} noch einmal das Störmodell, der ungedämpfte Schwinger bei der Frequenz f_0 geschaltet und beide Signale addiert zur Summe z^* . Dies ist ein dynamisches System, das äquivalent ist zu einem PI-Regler für ein konstantes Signal. (JB8M_PI.DWK)

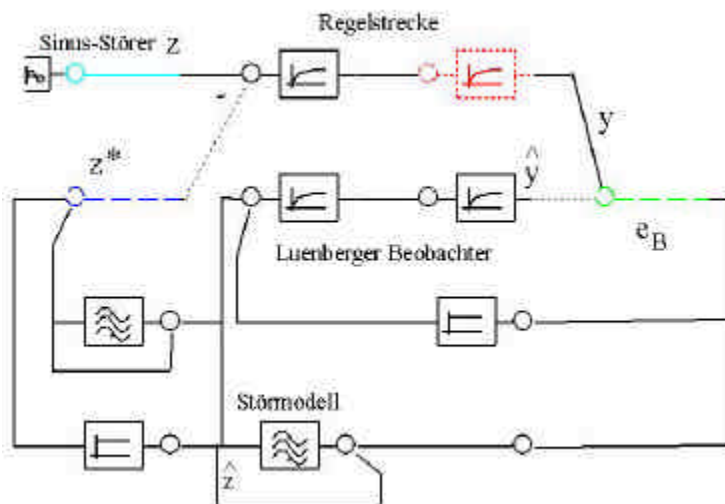
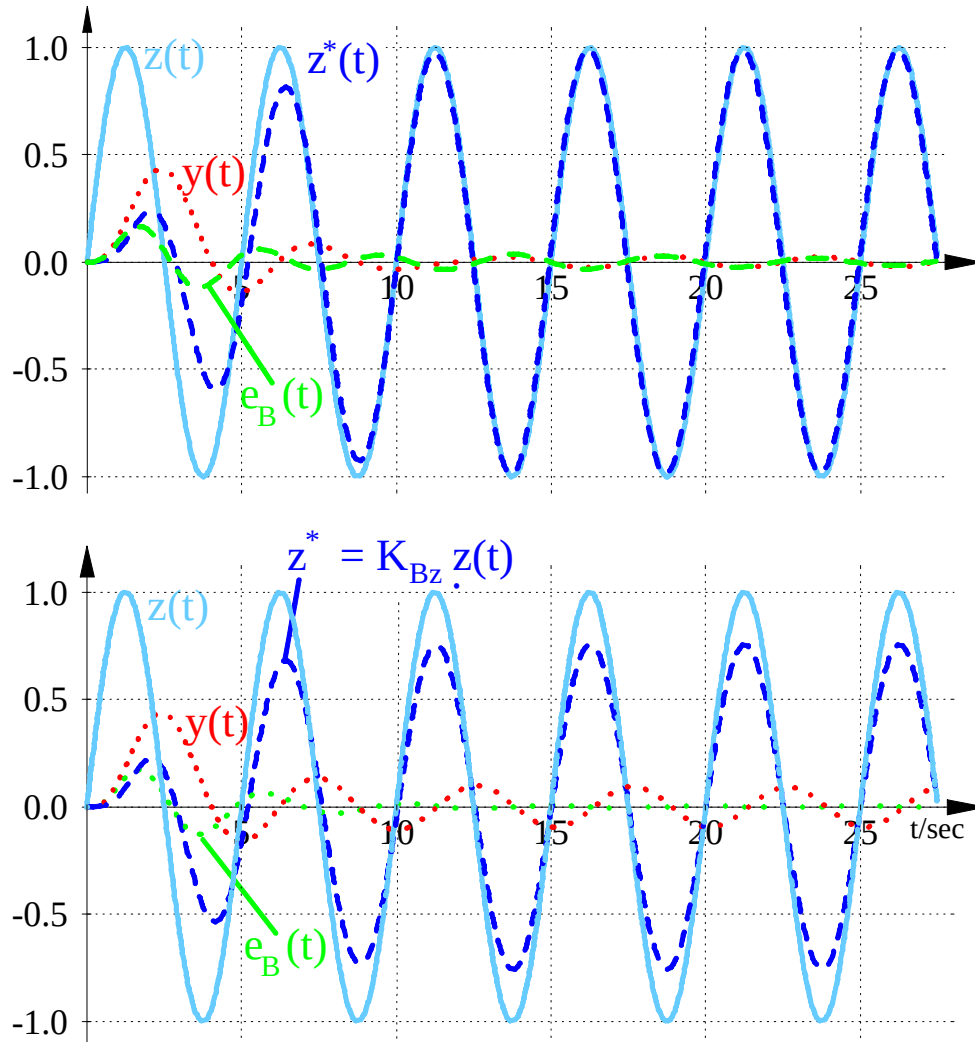


Abb. 42 Parallelschaltung eines ungedämpften Schwingers zum P-Glied

Zur vollständigen Eliminierung der Störung ist zusätzlich zur proportionalen Aufschaltung noch ein integrator-ähnliches dynamisches System nötig - ein weiterer ungedämpfter Schwinger.

Die folgende Abb. 43 zeigt die Reaktionen der verschiedenen Signale mit und ohne ungedämpften Schwinger im Regler. Dabei wurde wieder die Verstärkung $K_{Bz} = 3$ gewählt. Der ungedämpfte Schwinger weist eine Bandbreite von $\Delta f_0 = 0.07\text{Hz}$, der Schwinger der Modellstörgröße eine von $\Delta f_0 = 0.1\text{Hz}$ auf.



Vergleich der Rückführung mit $K_{Bz} = 3$ sowie mit und ohne zusätzlichem ungedämpftem Schwinger

Abb. 43 Rückführung der Modellstörgröße $\hat{z}$ mit (oben) und ohne (unten) zusätzlichem ungedämpftem Schwinger

Wie man sieht, wird mit dem ungedämpften Schwinger die Wirkung der Störung zu Null gemacht.

5 Reduktion periodischer Störungen ohne Luenberger Beobachter und Störbeobachter - Ausblick auf weitere Methoden

Die Implementierung von Beobachtern erfordert erheblichen Programmaufwand im Rechner und damit Rechenzeit. Bei zeitkritischen Prozessen, wie bei der elektronischen Kopplung von Achsen bei Werkzeugmaschinen, ist es daher wichtig, mit möglichst kurzem Code auszukommen, wie ihn kompakte Algorithmen zulassen, die aus der klassischen Regelungstechnik hergeleitet sind. Zudem kann es vorkommen, daß die Führungsgröße w die selbe Frequenz $2 \cdot \pi \cdot f_0$ beinhaltet, wie die Störung z . Die Störung aber muß unterdrückt werden, während die Regelgröße der periodischen Führungsgröße möglichst gut, also ohne Phasenverschiebung und mit geringer oder verschwindender Amplitudenabweichung folgen muß.

Hierzu wurden Verfahren und Algorithmen entwickelt, die sich in der Praxis seit vielen Jahren bewähren ([10], [11], [12]) und die hier in Kürze vorgestellt werden.

Ziel der Verfahren ist es, bei der Kreisfrequenz $2 \cdot \pi \cdot f_0$ dafür zu sorgen, daß die Übertragungsfunktion $G_W(s)$ zwischen Führungsgröße w und Regelgröße y gleich 1 wird, während zwischen einer Störung z mit derselben Frequenz und der Regelgröße eine Übertragungs-Nullstelle bei $G_Z(s)$ vorhanden ist.

Dazu sei das vereinfachte Blockschaltbild eines Regelkreises betrachtet, bei dem die Störgröße z am Eingang der Strecke angreift.

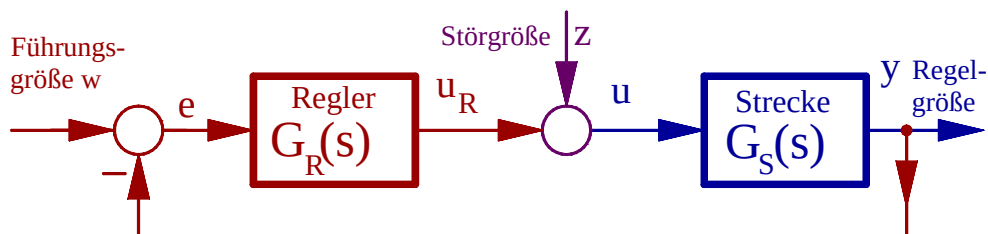


Abb. 44 Regelkreis mit Störung am Eingang der Strecke

Die Übertragungsfunktionen zur Beschreibung des Führungs- und des Störverhaltens lauten bekanntlich

$$G_W(s) = \frac{1}{\frac{1}{G_R(s) \cdot G_S(s)} + 1} \quad (\text{Führungsübertragungsfunktion}) \quad (38)$$

und

$$G_Z(s) = \frac{1}{\frac{1}{G_S(s)} + G_R(s)} \quad (\text{Störungsübertragungsfunktion}) \quad (39)$$

Weist die Übertragungsfunktion des Reglers ein konjugiert komplexes Polpaar bei $\pm j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_0$ auf, so wird die Führungsübertragungsfunktion

**Alternativmethoden
aus der klassischen
Regelungstechnik**

Ziel:

**Führungsgröße und
Störung beinhalten
die selbe Frequenz**

→

**Störung soll ohne
Regeldifferenz aus-
geregelt, Führungs-
größe eingeregelt
werden**

$$G_W(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_0) = 1 \quad (40)$$

und die Störübertragungsfunktion

$$G_Z(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_0) = 0 \quad (41)$$

Ein derartiges dynamisches Verhalten lässt sich mit dem in 4.2.2 ausführlich hergeleiteten Störmodell erreichen.

Schaltet man dieses dynamische System parallel zu dem vorhandenen Regler, etwa einem P-Regler (Abb. 45(1)), so wirkt zusätzlich der ungedämpfte Schwinger für das periodische Signal wie ein I-Anteil im Regler auf eine zeitlich konstante Regeldifferenz: Die periodische Störung wird völlig unterdrückt, während die Regelgröße ohne Phasenverschiebung und Amplitudenabweichung der Führungsgröße mit derselben Frequenz folgt. (BP_Regler_wz.dwk)

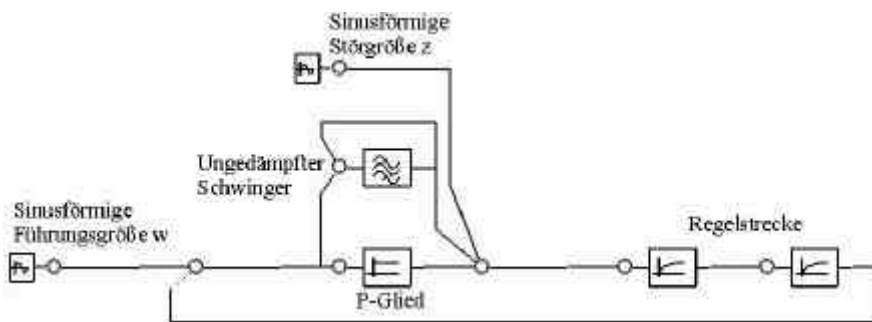
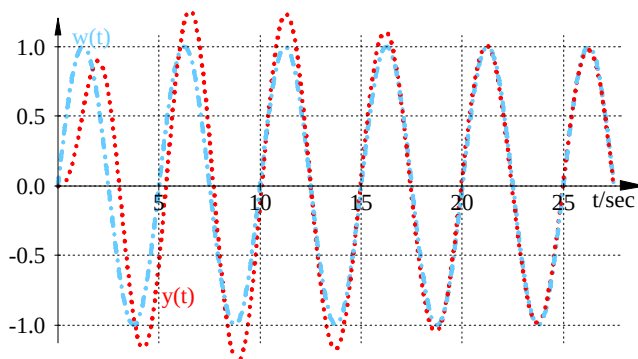
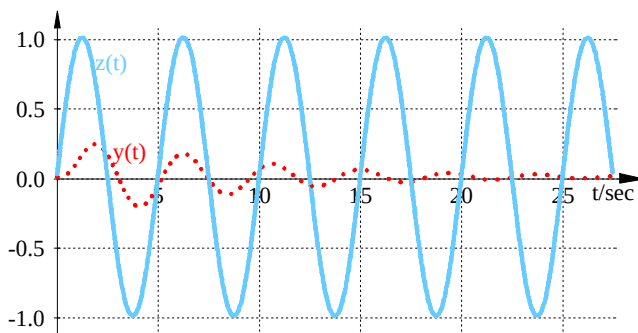


Abb. 45 P-Regler mit parallel geschaltetem ungedämpftem Schwinger



Fehlerloses Einregeln auf die periodische Führungsgröße w
 (BP_Regler_P=3_df=2_w.dwk)



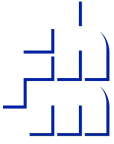
Fehlerloses Ausregeln der periodischen Störung z
 (BP_Regler_P=3_df=2_z.dwk)

Abb. 46 Führungs- und Störverhalten bei Regelung mit ungedämpftem Schwinger

Ausregelung einer Regeldifferenz bei der Frequenz f_0

→

Regler muß ein konjugiert komplexes Polpaar auf der imaginären Achse haben bei $\pm j 2 f_0$



Fahrzeugmechatronik Masterstudiengang

M 3.1 Modellbildung und Regelung

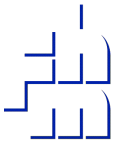
Labor für Automatisierung und Dynamik AuD FB 03MB

Mit diesem Verfahren kann man in den benötigten Frequenzbereichen eine sehr stark wirkende Kopplung zwischen Führungsgröße und Regelgröße und eine hohe Störungsunterdrückung erreichen. Damit umgeht man Probleme mit der Stabilität, die bei einer breitbandigen Erhöhung der Verstärkung auftreten würden.

Statt eines ungedämpften Schwingers kann man auch einen gedämpften Schwinger (Bandpaß) verwenden, bei dem man die Verstärkung bei der Durchlaßfrequenz entsprechend einstellt. In diesem Fall würde eine bleibende Differenz auftreten, ähnlich wie bei der proportionalen Rückführung der Störmodellsignals in 4.3.1

Bei periodisch arbeitenden Maschinen wie Zahnradschleif- oder Fräsmaschinen ist die einzustellende Frequenz des Schwingers allerdings abhängig von der Bearbeitungsdrehfrequenz. Hier ist es möglich, statt der Zeit die Winkellage der Welle als Basis für die Regelalgorithmen zu verwenden [12]. Damit vermeidet man auch bei Drehzahlschwankungen ein "Fortlaufen" der Regelung.

Weitere Modifikationsmöglichkeiten für die Erfordernisse der Praxis



Literatur

- [1] Pavlik, E. Anschauliche Darstellung des Beobachters nach Luenberger, Regelungstechnik, 1978, Heft 2, 3, A5-A11
- [2] Luenberger, D. Observing the State of a Linear System. IEEE Trans. on Military Electronics 8 (1964), S. 74-80
- [3] Johnson, C.D. Accomodation of External Disturbances in Linear Regulator and Servomechanism Problems. IEEE Trans. on Automatic Control 16 (1971), S. 635-644
- [4] Latzel W. Regelung mit dem Prozeßrechner (DDC), BI-Taschenbuch Verlag, Mannheim 1977
- [5] Dörrscheidt F. Grundlagen der Regelungstechnik, Teubner Verlag Stuttgart, 1989
- Latzel W.
- [6] Föllinger O. Lineare Abtastsysteme, Oldenbourg Verlag München, 1990
- [7] Höcht J. Zeitverhalten und Stabilität linearer dynamischer Systeme. Lerntext zum "Selbstgesteuerten Lernen", FH München, 2004
- [8] Unbehauen H. Regelungstechnik III, Identifikation, Adaption, Optimierung, Vieweg Verlag Braunschweig, 1985
- [9] Schlitt H. Regelungstechnik - Physikalisch orientierte Darstellung fachübergreifender Prinzipien, Vogel Verlag Würzburg, 1988
- [10] Höcht J. Regelungsandordnung , Europäische Patentschrift EP 0 576 661 B1, 1997
- Leicht B.
- [11] Höcht J. Regelungsverfahren, Europäische Patentschrift EP 0 739 500 B1, 7.10.1998
- Leicht B.
- [12] Höcht J. Verfahren und Anordnung zur hochauflösenden Bestimmung von Signalabständen und deren Bestimmung, Deutsche Patentschrift, De 42 24 814 C2, 7.9.1995
- Leicht B.