

Aufgabe 1

Strom I zur Erzeugung einer bestimmten Flußdichte im Luftspalt eines Ringkerns

Ein Ringkern mit einem Eisenquerschnitt $A = 1.0 \text{ cm}$ und einer mittleren Eisenweglänge $\ell = 16 \text{ cm}$ besitzt einen Luftspalt der Breite $d = 0.10 \text{ mm}$. Der nichtlineare Zusammenhang der Magnetisierungskurve zwischen der Flußdichte B und der magnetischen Feldstärke H ist durch folgende Wertetabelle gegeben:

B in T	0.5	1.0	1.2	1.3	1.4
H in A/m	100	300	500	800	1000

1.1 Zeichnen Sie die Magnetisierungskurve $B = f(H)$.

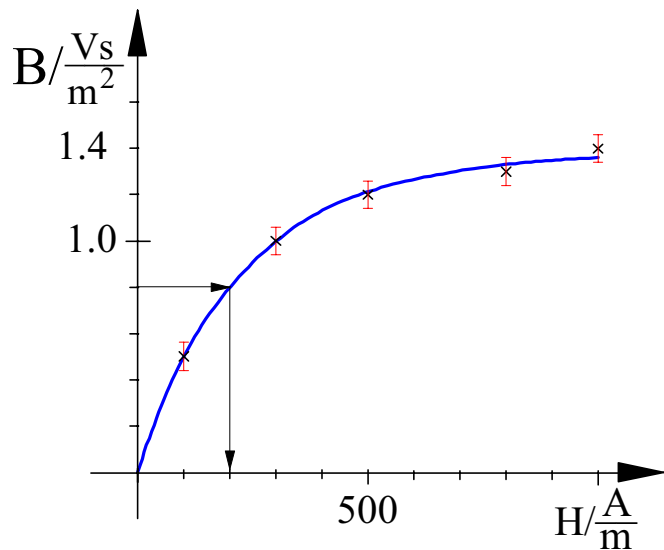
Lösung: Entmagnetisiertes Transformatorenblech (weichmagnetisch)

Anmerkung:

Die beiden letzten Punkte bei $H = 800 \text{ A/m}$ und $H = 1000 \text{ A/m}$ sind für die Berechnung zu ungenau $\Rightarrow$ Ausgleichskurve und Ersatzwert daraus:

$$A = 800 \text{ A/m} \quad B = 1,32 \text{ T}$$

$$A = 1000 \text{ A/m} \quad B = 1,35 \text{ T}$$

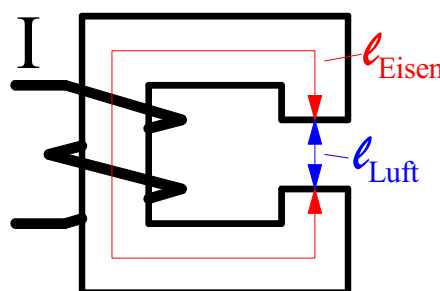


1.2 Der Ringkern wird mit $N = 100$ Windungen bewickelt. Welcher Strom I muß durch diese Wicklung fließen, damit im Luftspalt eine Induktion von 0.80 T herrscht?

Lösung:

n Windungen, $n = 100$

Geforderte Flußdichte B im Luftspalt (und damit im Eisen wegen des gleichen Querschnittes $A = 1,00 \text{ cm}^2$)



Mittlere Feldlinienlänge in Eisen = $\ell_E = 16.0 \text{ cm}$

Mittlere Feldlinienlänge in Luft = $\ell_L = 0.10 \text{ mm}$

$$B_{\text{gefordert}} = 0,80 \text{ T}$$

Gesucht: Stromstärke I durch die Spule mit $n = 100$ Windungen

Benötigte Grundlagen und Lösungsweg:

1.2.1 Zusammenhang $B(H)$ als Magnetisierungskurve

1.2.2 Ermittlung von $\mu_0 \cdot \mu_E$ durch $B = \mu_0 \cdot \mu_E \cdot H_E$ für den geforderten Arbeitspunkt $B = 0,80T$ mit Hilfe der Magnetisierungskurve $B = f(H)$

1.2.3 Ampère'sches Durchflutungsgesetz in der Form $I \cdot n = \Phi \cdot (R_{ME} + R_{ML})$

1.2.4 Berechnung von R_{ME} und R_{ML}

$$R_{ME} = \frac{l_E}{A \cdot \mu_E \cdot \mu_0} = \frac{l_E}{A \cdot \frac{B}{H_E}} \quad \text{mit} \quad \frac{B}{H_E} = \mu_E \cdot \mu_0$$

1.2.5 Auflösung nach I

Berechnung:

1.2.1 $B_{\text{gefordert}} = 0,80T$ $H_E = 200 A/m$ aus Teilaufgabe 1 (Magnetisierungskurve) ablesen

$$1.2.2 \quad \mu_E \cdot \mu_0 = \frac{B}{H_E} = \frac{0,80 \frac{Vs}{m^2}}{200 \frac{A}{m}} = 40 \cdot 10^{-3} \frac{Vs}{Am}$$

1.2.3 1.2.4

Magnetischer Widerstand des Eisens:

$$R_{ME} = \frac{\ell_E}{A \cdot \mu_0 \cdot \mu_E} = \frac{16,0 \cdot 10^{-2} m \cdot Am}{1,00 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot 40 \cdot 10^{-3} Vs} = \frac{4,0 \cdot 10^{-2} A}{10^{-7} Vs} = 400 \cdot 10^3 \frac{A}{Vs}$$

Magnetischer Widerstand des Luftspalts:

$$R_{ML} = \frac{\ell_L}{A \cdot \mu_0} = \frac{0,10 \cdot 10 \cdot 10^{-3} m \cdot Am}{10^{-4} m^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} Vs} = 796 \cdot 10^3 \frac{A}{Vs}$$

1.2.5 Auflösung nach I

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Phi(R_{ME} + R_{ML})}{n} = \frac{B \cdot A(R_{ME} + R_{ML})}{n} = \\ &= \frac{0,8Vs \cdot 10^{-4} m^2 (400 + 796) \cdot 10^{-3} A}{m^2 \cdot 100Vs} = 0,96A \end{aligned}$$

Aufgabe 2

Magnetische Größen R_m , Φ , B , H und L einer Drosselspule

Eine Drosselspule besteht aus einem Ringkern mit kreisförmigem Eisenquerschnitt ($\mu_r = 4000$, $\ell_E = 20.0 \text{ cm}$, $A_{FE} = 4.0 \text{ cm}^2$), der einen Luftspalt der Länge ℓ_L 0.05cm aufweist. Auf den Eisenkern sind $n = 50$ Windungen gewickelt, durch die ein Gleichstrom von $I = 2.0 \text{ A}$ fließt.

2.1 Berechnen Sie die magnetischen Widerstände R_{MFE} und R_{ML}

Lösung:

Skizze des Ringkerns als Rechteckkern, da dieser leichter zu zeichnen ist. Die Berechnung unterscheidet sich aber nicht vom kreisförmigen Ringkern!

Daten der Drossel:

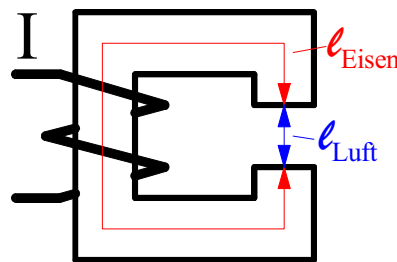
Windungszahl $n = 50$

Strom $I = 2,0 \text{ A}$

Eisen- und

Luftspaltquerschnitt: $A = 4,0 \text{ cm}^2$

rel. Permeabilität: $\mu_E = 4000$



Mittlere Feldlinienlänge in Eisen = ℓ_E
= 20.0 cm

Mittlere Feldlinienlänge in Luft = ℓ_L = 0.05 cm

Gesuchte Größen:

Magn. Widerstand des Eisenkernes R_{ME}

Magn. Widerstand des Luftspaltes R_{ML}

Eisenkern:

$$R_{ME} = \frac{l_E}{A \cdot \mu_E \cdot \mu_0} = \frac{0,200 \text{ m} \cdot \text{Am}}{4,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 4000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs}} = 99,5 \cdot 10^3 \text{ A/Vs}$$

Luftspalt:

$$R_{ML} = \frac{l_L}{A \cdot \mu_0} = \frac{0,05 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{Am}}{4,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs}} = 995 \cdot 10^3 \text{ A/Vs}$$

2.2 Berechnen Sie den magnetischer Fluß

Lösung:

Ampere'sches Durchflutungsgesetz:

$$I \cdot n = \Phi \cdot (R_{ME} + R_{ML})$$

$$\Rightarrow \Phi = \frac{I \cdot n}{R_{ME} + R_{ML}} = \frac{2,0 \text{ A} \cdot 50}{(99,5 + 995) \cdot 10^3 \text{ A}} = 91,37 \cdot 10^{-6} \text{ Vs}$$

2.3 Wie groß sind die magnetische Induktion B und die magnetische Feldstärke im Eisen H_E und im Luftspalt H_L ?

Lösung:

Magnetischer Flußdichte B (im Eisen genau so groß wie im Luftspalt)

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{91,37 \cdot 10^{-6} \text{ Vs}}{4,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,228 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = 0,228 \text{ T}$$

Magnetische Feldstärke im Eisen:

$$H_E = \frac{B}{\mu_E \cdot \mu_0} = \frac{0,228 \text{ Vs} \cdot \text{Am}}{\text{m}^2 \cdot 4000 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \text{Vs}} = 45,6 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Magnetische Feldstärke im Luftspalt:

$$H_L = \frac{B}{\mu_0} \quad H_E \cdot \mu_E = 45,6 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 4000 = 182 \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

2.4 Wie groß ist die Induktivität L der Spule?

Lösung:

1. Schritt: Mit dem Ampère'schen Durchflutungsgesetz den Zusammenhang zwischen dem magnetischen Fluß Φ und dem Strom i durch die Drossel herstellen.

2. Schritt In das Induktionsgesetz $u(t) = n \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt}$ den magnetischen Fluß $\Phi(i)$ einsetzen.

Als einzige zeitabhängige Größe kommt der Strom $i(t)$ vor. Alle anderen Größen werden zur Induktivität L zusammengefaßt.

Ampère'sches Durchflutungsgesetz:

$$i(t) \cdot n = \Phi(t) \cdot (R_{ME} + R_{ML}) \Rightarrow \Phi(t) = \frac{i(t) \cdot n}{R_{ME} + R_{ML}}$$

Induktionsgesetz :

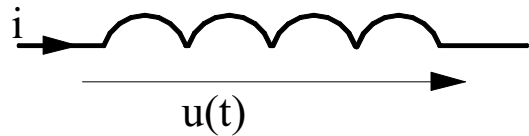
$$u(t) = n \cdot \frac{d\Phi}{dt} = n \cdot \frac{\frac{di(t)}{dt} \cdot n}{dt} = n \cdot \frac{\frac{di(t)}{dt} \cdot n}{R_{ME} + R_{ML}} = \frac{n^2}{R_{ME} + R_{ML}} \cdot \frac{di(t)}{dt} = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$L = \frac{n^2}{R_{ME} + R_{ML}} = \frac{50^2 \text{ V}}{(99,5 + 995) \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{Vs}}} = 2,28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Vs}}{\text{A}} = 2,28 \text{ mH}$$

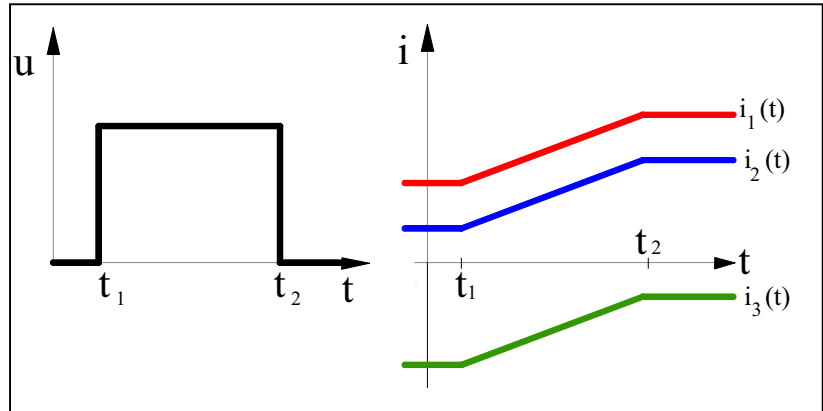
Aufgabe 3

Spannung $u(t)$ und Strom $i(t)$ bei einer Induktivität

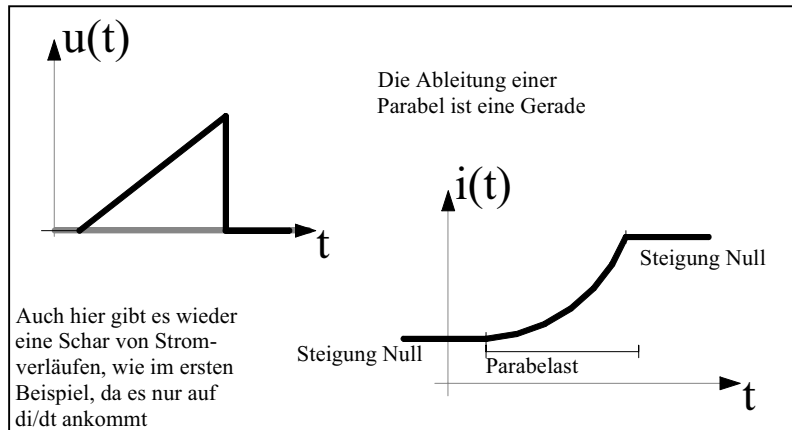
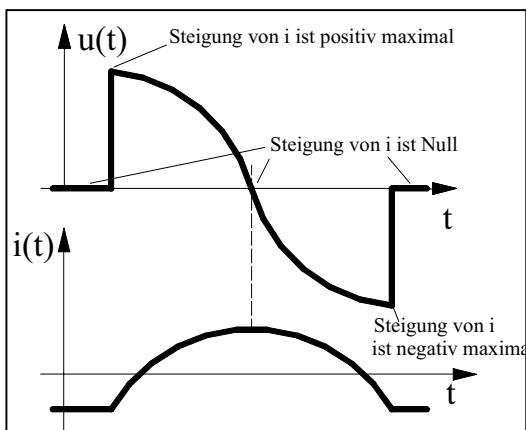
Skizzieren Sie möglichst genau den Verlauf des Stroms $i(t)$ durch die nebenstehende Induktivität, wenn die drei folgenden Verläufe der Spannung $u(t)$ an der Induktivität gegeben sind.



Lösung: Dem Spannungsverlauf qualitativ Funktionswerte zu bestimmten Zeitpunkten entnehmen und in das Stromdiagramm $i(t)$ jeweils ein Kurvenstück mit derjenigen Steigung zeichnen, die dem Funktionswert von $u(t)$ zu diesem Zeitpunkt entspricht. Anschließend die gezeichneten Kurvenstücke verbinden.



Erster Spannungsverlauf mit drei möglichen Stromverläufen



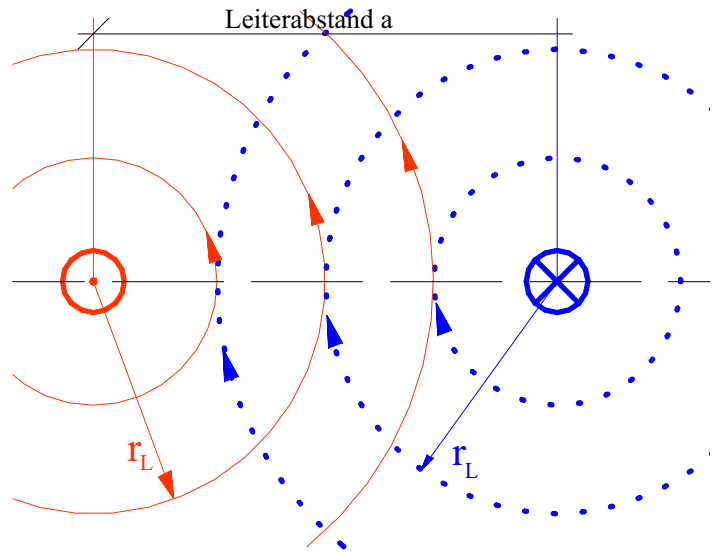
Zweiter und dritter Spannungsverlauf mit je einem von vielen möglichen Stromverläufen

Aufgabe 3

Gesucht ist der Verlauf der magnetische Feldstärke H auf der Verbindungslinie zwischen zwei parallelen, vom Strom $I = 100\text{A}$ gegensinnig durchflossenen Leitern. Die Achsen der beiden Leiter haben den Abstand $a = 25.0\text{ cm}$. Jeder Leiter weist den Radius $R = 3\text{ mm}$ auf.

Lösung: Der folgende Lösungsvorschlag ist sehr detailliert, um Ihnen die genauen Zusammenhänge zu verdeutlichen. Aufgrund der Zahlenwerte ($R \ll a$) ergeben sich aber in der Praxis deutliche Vereinfachungen.

1. Skizze einer Ebene senkrecht zur Leiterrichtung anfertigen die von jedem Leiter erzeugten Feldlinien der magnetischen Feldstärke mit Richtung zeichnen und Hilfsvariable zur Berechnung eintragen
2. Allgemeine Berechnung der Feldstärke innerhalb und außerhalb des jeweiligen Leiters links (H_{iL} , H_L) und rechts (H_{iR} , H_R) mit Hilfe des Ampère'schen Durchflutungsgesetzes.
3. Allgemeine Berechnung der Gesamtfeldstärke H in Abhängigkeit vom Abstand r_L von der Mitte des linken Leiters und zahlenmäßige Berechnung von H in der Mitte zwischen beiden Leitern
4. Zeichnen der Feldstärken H_{iL} , H_L , H_{iR} und H_R
5. Zeichnerische Addition der beiden Feldstärken.



$$H_L(r_L) = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r_L} \quad H_R(r_R) = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r_R}$$

Berechnung der Feldstärke außerhalb der beiden Leiter auf der Verbindungslinie zwischen beiden Leitern:

Auf der Verbindungslinie zwischen beiden Leitern zeigen beide Feldstärken H_L und H_R in die selbe Richtung, so daß sie einfach addiert werden können:

$$H = H_L + H_R = \frac{I}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{1}{r_L} + \frac{1}{r_R} \right) = \frac{I}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{1}{r_L} + \frac{1}{a - r_L} \right)$$

In der Mitte zwischen beiden Leitern gilt wegen $r_L = \frac{a}{2}$: $H = \frac{2 \cdot I}{\pi \cdot a}$

Der linke Leiter erzeugt im Zentrum des rechten Leiters die magnetische Feldstärke

$$H_L(r_L = a) = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot a} = \frac{100A}{2 \cdot \pi \cdot 0.25m} = 63.7 \frac{A}{m}$$

Die an dieser Stelle vom **rechten** Leiter erzeugte magnetische Feldstärke H_R ist zwar Null. Da die magnetische Feldstärke **innerhalb des Leiters** aber bis zur Oberfläche bei $r_R = R = 3mm$ **linear** mit

sehr großer Steigung nach der Beziehung $H_R = \frac{r_R \cdot I}{R^2 \cdot 2 \cdot \pi}$ ansteigt, ergibt sich an der Oberfläche des rechten Drahtes als magnetische Feldstärke bereits

$$H_R(r_R = R) = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot R} = \frac{100A}{2 \cdot \pi \cdot 3mm} = 5.31 \cdot 10^3 \frac{A}{m},$$

also ein Wert, der um mehr als 80 mal größer ist, als das vom anderen Draht erzeugte H_L .

Die gesamte Feldstärke an der Oberfläche des rechten Leiters setzt sich aus der Feldstärke des linken Leiters H_L und der rechten Leiters zusammen:

$$\begin{aligned} H(a - R) &= H_L(a - R) + H_R(R) = \frac{I}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{1}{a - R} + \frac{1}{R} \right) = \\ &= \frac{100A}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{1}{250mm - 3mm} + \frac{1}{3mm} \right) = \frac{100A}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{1}{247mm} + \frac{1}{3mm} \right) \end{aligned}$$

Auch hier sieht man wieder deutlich, daß sich das Feld des linken Leiters wegen $1/247 \ll 1/3$ an der Oberfläche des rechten Leiters kaum mehr bemerkbar macht. In der folgenden Zeichnung ist deshalb dieser Einfluß nicht maßstäblich, sondern stark überhöht gezeichnet.

