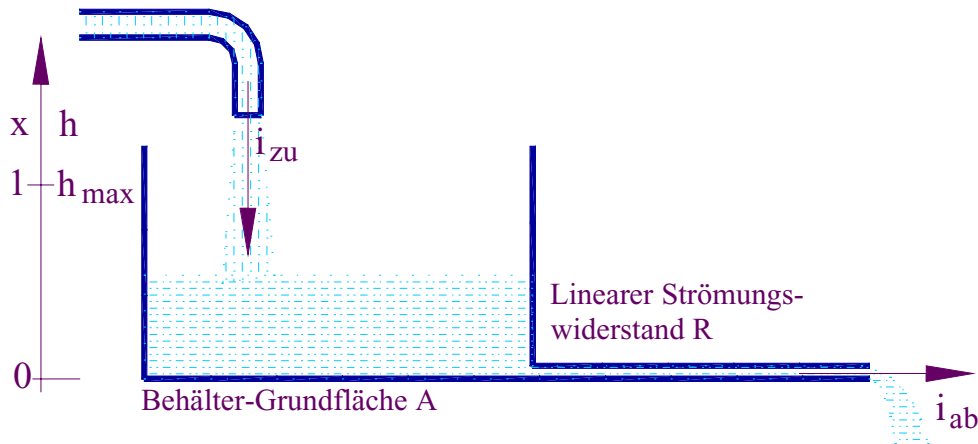


Modellierung eines hydraulischen PT_1 -Systems

Gegeben sei der folgende Behälter mit Abfluß i_{ab} und Zufluß i_{zu} .

Für diese Regelstrecke soll die Differentialgleichung entwickelt werden. Sie sollen dabei auch Ihr Gespür für physikalische Dimensionen sowie für eine geeignete Normierung trainieren.



1 Modellierung des Behälters

Zufluß i_{zu} und Abfluß i_{ab} in den Behälter mit der Grundfläche A werden in kg/sec gemessen. Der Zufluß kann schwanken von 0 bis zum maximal möglichen Wert $i_{zu,max}$. Der Behälter soll höchstens bis zur Füllstandshöhe h_{max} gefüllt werden. Der augenblickliche Füllstand betrage h .

1.1 Zusammenhang zwischen Zufluß i_{zu} , i_{ab} und der Füllstandshöhe h

Geben Sie den integralen Zusammenhang zwischen der Füllstandshöhe h und den zu- und abfließenden Flüssigkeitsströmen i_{zu} und i_{ab} an. Die Dichte des Wassers werde mit ρ bezeichnet. Die Grundfläche des Behälters sei A .

1.2 Differentialgleichung des Behälters

Berechnen Sie aus der Integralgleichung die Differentialgleichung des Behälters.

1.3 Normierte Darstellung der Integralgleichung aus 1.1

Normieren Sie die Füllstandshöhe h auf die maximale Füllstandshöhe h_{max} und Zu- und Abfluß i_{zu} bzw. i_{ab} auf den maximalen Zufluß $i_{zu,max}$. Stellen Sie die Integralgleichung in der Form

$$x = \frac{1}{T} \cdot \int \dots dt \quad \text{dar.}$$

Aus welchen Größen bildet sich anschaulich die Zeitkonstante T ? **Diskutieren Sie ausführlich diese Zusammenhänge mit Studienkollegen, um die Gleichung anschaulich verstehen zu lernen!**



2 „Differential“-gleichung zur Beschreibung des linearen Strömungswiderstandes

2.1 Zusammenhang zwischen dem Druck am Behälterboden und dem abfließenden Massenstrom

Wie groß ist der abfließende Massenstrom i_{ab} in Abhängigkeit von der Füllstandshöhe h ? Stellen Sie den Zusammenhang direkt mit h , also **ohne** Normierung auf h_{max} dar.

2.2 Dimension des Strömungswiderstandes R

Ermitteln Sie aus der in 2.1 Gleichung die Dimension des Strömungswiderstands R . Gehen Sie dabei von den beiden physikalischen Dimensionen für den hydrostatischen Druck am Eingang des Rohrs und für den abfließenden Massenstrom i_{ab} und vereinfachen Sie die Dimension möglichst weit. **Diskutieren Sie auch mit Ihren Mitstudenten diese Zusammenhänge und deren Herleitung!**

3 Eliminierung des abfließenden Massenstroms i_{ab}

3.1 Differentialgleichung des Systems

Ermitteln Sie aus 1.2 und 2.1 die Differentialgleichung des Systems mit der Füllstandshöhe h als Ausgangs- und dem zufließenden Massenstrom i_{zu} als Eingangssignal.

3.2 Normierung der Füllstandshöhe und des zufließenden Massenstroms

Formen Sie durch geeignete Maßnahmen die Differentialgleichung aus 3.1 so um, daß als Regelgröße x die auf h_{max} und als Stellgröße y die auf den maximalen Zufluß $i_{zu,max}$ normierte Größe auftritt.

3.3 Differentialgleichung in der regelungstechnischen Normalform

Stellen Sie die Differentialgleichung aus 3.2 so dar, daß der Koeffizient bei der „nullten“ Ableitung zu 1 wird. Ermitteln Sie die physikalischen Dimensionen der Koeffizienten bei $\dot{x}$ und y .